

**LMI-ROBUST H_{∞} CONTROL APPLIED TO INTERCONNECTED
MULTIMACHINE POWER SYSTEM****CONTROL ROBUSTO H_{∞} BASADO EN LMI's APLICADO A UN SISTEMA DE
POTENCIA MULTIMAQUINA****PhD. Juan Mauricio Salamanca, MSc. Oscar Oswaldo Rodríguez Díaz****Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia**

Escuela de Ingeniería Electrónica, Sogamoso - Boyacá

E-mail: juan.salamanca@uptc.edu.co, oscarorodriguez@yahoo.es

Abstract: This document presents a robust H_{∞} based in Linear Matrix Inequalities applied to a power multimachine interconnected, which is expressed such as Differential and Algebraic lineal model. The strategy permits to damp oscillations generated by changes in operation point of each subsystem and input perturbations in mechanic power. The strategy only uses minimal available information in output static feedback form. The feedback variables are local and remote for each machine. The control law is probed in a matlab/simulink simulated three machines benchmark. The simulations and the results are showed at the end of paper.

Keywords: Interconnected Systems, robust control, LMI, decentralized control.

Resumen: En este documento se presenta una técnica de control robusto H_{∞} basada en desigualdades matriciales lineales (LMIs) aplicada a un sistema interconectado de potencia multimáquina expresado como un modelo algebraico diferencial lineal (DAE). La estrategia permite amortiguar oscilaciones generadas por cambios en los puntos de operación de cada subsistema y perturbaciones en la potencia mecánica de entrada. El sistema de control sólo utiliza información mínima disponible en forma de retroalimentación estática de las variables de salida en cada subsistema aislado. La estrategia se prueba en un modelo simulado en Matlab/Simulink para 3 máquinas interconectadas y se muestran las gráficas de los resultados.

Palabras clave: Sistemas interconectados, control robusto, LMI, control descentralizado.

1. INTRODUCCION

Los sistemas de generación, Transmisión, y distribución de energía, están presentando grandes cambios con el fin de optimizar los recursos energéticos y los costos de producción, así como minimizar el impacto en el medio ambiente.

Los avances en sistemas de control moderno en asocio con aplicaciones de microcontroladores, microprocesadores, comunicaciones y otras tecnologías, permiten la aplicación de nuevas

estrategias de control que manejan múltiples entradas y múltiples salidas, incertidumbres y perturbaciones con modernos algoritmos matemáticos y la ayuda de software especializado; Todo lo anterior con el fin de lograr un sistema más confiable frente a las perturbaciones externas y contingencias que se presentan (Cinestav, 2001).

Los controladores modernos están concebidos para aplicaciones de carácter local, sin tener en cuenta fenómenos remotos provenientes de otras regiones del sistema de potencia, afectando el rendimiento y

la estabilidad del sistema interconectado de potencia (Anderson, 1994).

El modelamiento del sistema de potencia, teniendo como base una determinada cantidad de información, puede representarse por un modelo Algebraico - Diferencial (DAE), el cual ayuda para considerar el sistema de potencia como un sistema global.

El estudio de los sistemas de potencia ha generado un gran auge en el modelamiento de sistemas a gran escala, tales aplicaciones se presentan en (Ilic, 2000), (Guo, 2000), (Solapamiento, 1998), donde el planteamiento de sistemas descentralizados mediante sistemas no lineales, destacan los comportamientos individuales de generadores de energía y su impacto cuando se interconectan.

El empleo de un sistema de control basado en desigualdades matriciales lineales (LMIs), presenta ventajas para el diseño de sistemas de control robusto, ya que permite tener varios criterios y condiciones para el diseño, que se pueden representar matemáticamente ayudando a abarcar un grupo de posibles variaciones en parámetros de rendimiento del sistema.

Algunos de los trabajos más destacados en la aplicación de LMIs a sistemas de potencia se presentan en (Befekadu, 2006) donde se plantea el sistema interconectado teniendo en cuenta las incertidumbres propias de interconexión. Algunos resultados importantes en cuanto al análisis de sistemas de potencia a gran escala con incertidumbres paramétricas, aplicado a sistemas de control descentralizado se presentan en (Guo, 2000), donde el principal estudio se basa en la aplicación de teoría de sistemas no lineales y sus comportamientos en los puntos de equilibrio.

El documento está organizado de la siguiente manera: en primera instancia se presenta el modelo DAE no lineal con cada una de las variables del proceso. En la sección III se presenta el modelo DAE lineal obtenido mediante linealización en torno a un punto de operación genérico del modelo DAE no lineal, además se obtienen los modelos DAE lineal en descomposición singular y de Kronecker Weierstrass global del sistema multimáquina. En la sección IV se realiza el análisis de regularidad, controlabilidad y observabilidad de los modelos DAE lineales local y global del sistema de potencia. En la sección V se presenta la estrategia de control global robusto con mínimo número de variables. En la sección 6 se

muestra un ejemplo de aplicación a un sistema de tres máquinas interconectadas y 9 nodos, finalmente en las secciones VII y VIII se presentan los resultados y las conclusiones respectivamente.

2. MODELADO DEL SISTEMA DE POTENCIA

El modelo DAE de cada máquina se puede expresar como un sistema algebraico diferencial no lineal de la forma:

$$\begin{aligned} \bar{E}_i \dot{\bar{X}}'_i(t) &= \bar{f}_i(\bar{X}'_i, \bar{U}'_i, \bar{W}'_i, \bar{\xi}_i) \\ \bar{Y}'_i(t) &= \bar{C}_i \bar{X}'_i(t) \\ \bar{W}'_i(t) &= H' \bar{X}'_i(t) \end{aligned} \quad (1)$$

El vector de estados de cada máquina es

$$\bar{X}'_i{}^T = \left[\delta_i \ \omega_{ri} \ E'_{qi} \ E'_{di} \ E_{fdi} \ i_{qi} \ i_{di} \ i_{Ri} \ i_{Li} \ P_{ei} \ Q_{ei} \right]$$

Se tiene una sola señal de control dada por

$$\bar{U}'_i = V_{refi} + V_{pssi}$$

La entrada de perturbación es

$$\bar{\xi}_i = P_{Mi}$$

Las variables de interconexión están dadas por

$$\bar{W}'_i = [V_{Ri} \ V_{Li}]^T$$

Las salidas están determinadas por

$$\bar{Y}'_i = [W_{ri} \ E_{fdi} \ I_{Ri} \ I_{Li} \ P_{ei} \ Q_{ei}]^T$$

Las salidas están dadas por los estados que se pueden medir en el sistema real, buscando que sea el mínimo número de variables a retroalimentar.

Además se tiene:

$$\bar{E}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\bar{C}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Las corrientes se relacionan con las variables de estado mediante la expresión:

$$\begin{aligned} i_{Ri}(t) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \bar{X}'_i(t) \\ i_{Li}(t) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \bar{X}'_i(t) \end{aligned}$$

Definiendo:

$$\Gamma_{Ri2} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \in \mathbb{R}^6$$

$$\Gamma_{Ii2} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \in \mathbb{R}^6$$

$$O_5 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \in \mathbb{R}^5$$

$$i_{Ri}(t) = [O_5 \ \Gamma_{Ri2}] \begin{bmatrix} \bar{X}'_{i1}(t) \\ \bar{X}'_{i2}(t) \end{bmatrix}$$

$$i_{Ii}(t) = [O_5 \ \Gamma_{Ii2}] \begin{bmatrix} \bar{X}'_{i1}(t) \\ \bar{X}'_{i2}(t) \end{bmatrix}$$

$$\bar{f}_i(\bar{X}'_i, \bar{u}'_i, \bar{W}'_i, \bar{\xi}'_i) =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{D_i}{M_i} \omega_{ri} - \frac{1}{M_i} P_{ei} + \frac{1}{M_i} P_{Mi} \\ -\frac{1}{T_{doi}} E'_{qi} - \frac{\bar{X}_{di}}{T_{doi}} i_{di} + \frac{1}{T_{doi}} E_{FDi} \\ -\frac{1}{T_{qoi}} E'_{di} + \frac{\bar{X}_{qi}}{T_{qoi}} i_{qi} \\ -\frac{1}{T_{Ai}} E_{FDi} + \frac{k_{Ai}}{T_{Ai}} \bar{u}'_i - \frac{k_{Ai}}{T_{Ai}} (V_{Ri}^2 + V_{Ii}^2)^{\frac{1}{2}} \\ E'_{qi} - V_{Ri} \cos \delta_i - V_{Ii} \sin \delta_i - R_{Si} i_{qi} - X'_{di} i_{di} \\ E'_{di} - V_{Ri} \sin \delta_i + V_{Ii} \cos \delta_i - R_{Si} i_{di} + X'_{qi} i_{qi} \\ i_{qi} \cos \delta_i + i_{di} \sin \delta_i - i_{Ri} \\ i_{qi} \sin \delta_i - i_{di} \cos \delta_i - i_{Ii} \\ E'_{qi} i_{qi} + E'_{di} i_{di} + \bar{X}'_{qdi} i_{qi} i_{di} - R_{Si} [i_{qi}^2 + i_{di}^2] - P_{ei} \\ E'_{qi} i_{di} - E'_{di} i_{qi} - [X'_{qi} i_{qi}^2 + X'_{di} i_{di}^2] - Q_{ei} \end{bmatrix}$$

Donde:

$i = 1, 2, \dots, m$ es el número de generadores.

d es el ángulo del rotor del generador i [rad].

ω es la velocidad angular del rotor i [rad/seg].

E'_{qi} Fem transitoria debida al enlace de flujo de campo en el bobinado amortiguador en el eje q del rotor i [pu].

E'_{di} Fem transitoria debida al enlace de flujo en la bobina amortiguadora en el eje d del generador i [pu].

I_{di} componente en el eje d de la corriente del estator en el generador i [pu].

I_{qi} componente en el eje q de la corriente del estator en el generador i [pu].

T'_{do} constante de tiempo transitorias en circuito abierto en el eje d [seg].

P_{mi} Potencia mecánica de de entrada al generador i [pu].

V_{Ref} Voltaje de referencia en el circuito de excitación. [pu].

T_{Ai} constante de tiempo del generador [seg].

3. LINEALIZACION DEL SISTEMA MULTIMAQUINA

En esta sección se procede a linealizar el modelo DAE no lineal en torno al siguiente punto de operación genérico.

$$\begin{aligned} \bar{X}'_{io} &= [\delta_{i0} \ \omega_{r0} \ E'_{q0} \ E'_{d0} \ E_{fd0} \ i_{qi0} \ i_{di0} \\ &\quad i_{Ri0} \ i_{Ii0} \ P_{ei0} \ Q_{ei0}]^T \\ \bar{U}'_{i0} &= V_{ref0} + V_{pass0} \\ \bar{\xi}'_{i0} &= P_{mi0} \\ \bar{W}'_{i0} &= [V_{Ri0} \ V_{Ii0}]^T \end{aligned}$$

Aplicando la teoría de linealización de sistemas no lineales encontrada en (Smith y Corripio, 1997) se obtiene el modelo DAE lineal de cada subsistema como aparece en la ecuación (4).

$$\begin{aligned} E'_i \dot{X}'_i(t) &= A'_{io} X'_i(t) + B'_{io} U'_i(t) + H'_{io} W'_i(t) + D'_{io} \xi'_i(t) \\ Y_i(t) &= C'_{io} X'_i(t) \end{aligned} \quad (4)$$

Realizando una descomposición del sistema DAE lineal de cada máquina y expresando en forma separada las variables diferenciales y las variables algebraicas, se tiene la ecuación de la forma (5), conocido como el sistema DAE en descomposición singular.

$$\begin{aligned} \dot{X}'_{i1}(t) &= A'_{io11} X'_{i1}(t) + \bar{A}'_{io12} X'_{i2}(t) + B'_{io1} U'_i(t) \\ &\quad H'_{io1} W'_i(t) + D'_{io1} \xi'_i(t) \\ 0 &= A'_{io21} X'_{i1}(t) + \bar{A}'_{io22} X'_{i2}(t) + H'_{io2} W'_i(t) \\ Y_i(t) &= C'_{io1} X'_{i1}(t) + C'_{io2} X'_{i2}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Donde

$$\frac{\partial \bar{f}_i}{\partial X'_{i0}} = A'_{io} = \begin{bmatrix} A'_{io11} & \bar{A}'_{io12} \\ A'_{io21} & \bar{A}'_{io22} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{11 \times 11} \quad (6)$$

$$A'_{io11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{i22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{i33} & 0 & a_{i35} \\ 0 & 0 & 0 & a_{i44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{i55} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5} \quad (7)$$

$$A'_{io12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{i210} & 0 \\ 0 & a_{i37} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{i40} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 6} \quad (8)$$

$$A'_{io21} = \begin{bmatrix} a_{i61} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{i71} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ a_{i81} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{i91} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{i102} & a_{i104} & 0 \\ 0 & 0 & a_{i115} & a_{i114} & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 5} \quad (9)$$

$$A'_{io22} = \begin{bmatrix} a_{i66} & a_{i67} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{i76} & a_{i77} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{i86} & a_{i87} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{i96} & a_{i97} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ a_{i106} & a_{i107} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ a_{i116} & a_{i117} & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial I_i}{\partial W_i} \right|_0 = H'_{i0} = [H'_{i01} \quad H'_{i02}] \in \mathbb{R}^{2 \times 11} \quad (11)$$

Donde

$$H'_{i01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & h_{i02} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{i01} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 5}$$

$$H'_{i02} = \begin{bmatrix} h_{i02} & h_{i02} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{i01} & h_{i01} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 6}$$

$$\left. \frac{\partial I_i}{\partial U_i} \right|_0 = B'_{i0} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad b_{i0} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\left. \frac{\partial I_i}{\partial \xi_i} \right|_0 = D'_{i0} = [0 \quad d_{i2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (12)$$

Los términos de las submatrices b_{ij} , h_j y a_j están dados por.

$$b_{i0} = \frac{V_{Ai}}{T_{Ai}}$$

$$h_{i01} = -\frac{V_{R0}}{T_{Ai} \sqrt{V_{R0}^2 + V_{I0}^2}} ; \quad h_{i02} = -\cos \delta_{i0}$$

$$h_{i03} = -\sin \delta_{i0} ; \quad h_{i04} = -\frac{V_{I0}}{T_{Ai} \sqrt{V_{R0}^2 + V_{I0}^2}}$$

$$h_{i05} = -\sin \delta_{i0} ; \quad h_{i06} = \cos \delta_{i0}$$

$$d_{i2} = \frac{1}{M_i}$$

$$a_{i22} = -\frac{D_i}{M_i} ; \quad a_{i210} = -\frac{1}{M_i} ; \quad a_{i23} = -\frac{1}{T_{d0i}}$$

$$a_{i35} = \frac{1}{T_{d0i}} ; \quad a_{i37} = -\frac{X_{d0i}}{T_{d0i}} ; \quad a_{i44} = -\frac{1}{T_{d0i}}$$

$$a_{i45} = \frac{X_{d0i}}{T_{d0i}} ; \quad a_{i55} = -\frac{1}{T_{Ai}} ; \quad a_{i05} = -R_{Si}$$

$$a_{i07} = -X'_{di} ; \quad a_{i70} = X'_{qi} ; \quad a_{i77} = -R_{Si}$$

$$a_{i06} = \cos \delta_{i0} ; \quad a_{i07} = \sin \delta_{i0} ; \quad a_{i08} = \sin \delta_{i0}$$

$$a_{i07} = -\cos \delta_{i0} ; \quad a_{i103} = i_{qi0} ; \quad a_{i104} = i_{di0}$$

$$a_{i113} = i_{di0} ; \quad a_{i114} = -i_{qi0}$$

$$a_{i01} = V_{R0} \sin \delta_{i0} - V_{I0} \cos \delta_{i0}$$

$$a_{i02} = -V_{R0} \cos \delta_{i0} - V_{I0} \sin \delta_{i0}$$

$$a_{i03} = i_{qi0} \sin \delta_{i0} + i_{di0} \cos \delta_{i0}$$

$$a_{i04} = i_{qi0} \cos \delta_{i0} + i_{di0} \sin \delta_{i0}$$

$$a_{i106} = E'_{q0} + X'_{qi} i_{d0} - 2R_{Si} i_{q0}$$

$$a_{i107} = E'_{d0} + X'_{di} i_{q0} - 2R_{Si} i_{d0}$$

$$a_{i116} = -E'_{d0} - 2X'_{qi} i_{q0}$$

$$a_{i117} = E'_{q0} - 2X'_{di} i_{d0}$$

El sistema multimáquina esta interconectado por medio de la red, dicha red se modela por la inyección de corrientes en los nodos y mediante la impedancia equivalente que se ve reflejada en cada generador. Definiendo:

$$X'_1 = \begin{bmatrix} X'_{11} \\ X'_{21} \\ \dots \\ X'_{m1} \end{bmatrix}_{3m} ; \quad X'_2 = \begin{bmatrix} X'_{12} \\ X'_{22} \\ \dots \\ X'_{m2} \end{bmatrix}_{6m} \quad (13)$$

Se tiene:

$$W'_i(t) = \Gamma_{wi} X'_2 ; \quad \Gamma_{wi} = \Gamma_{vi} Z_m \Gamma_I$$

$$T_{i1} = H'_{i01} \Gamma_{wi} ; \quad T_{i2} = H'_{i02} \Gamma_{wi}$$

Donde:

$$\Gamma_{vi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2m}$$

$$\Gamma_{ri} = \begin{bmatrix} \Gamma_R \\ \Gamma_I \end{bmatrix} ; \quad \Gamma_{ri} \in \mathbb{R}^{m \times 6m}$$

$$\Gamma_{Ri} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 6}$$

$$\Gamma_{Ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 6}$$

$$Z_m = \begin{bmatrix} R_m & -X_m \\ X_m & R_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2m \times 2m}$$

Tomando el modelo en descomposición singular (Benoit, 2003) de cada máquina y relacionando las interconexiones con las variables de los subsistemas se tiene la ecuación (14).

$$\begin{cases} \dot{X}'_1 = A'_{i011} X'_1 + \bar{A}'_{i012} X'_2 + B'_{i01} U + T'_{i1} X'_2 + D'_{i01} \xi'_1 \\ 0 = A'_{i021} X'_1 + \bar{A}'_{i022} X'_2 + T'_{i2} X'_2 \\ Y_i = C'_{i01} X'_1 + C'_{i02} X'_2 \end{cases} \quad (14)$$

Luego de factorizar se plantea el modelo en descomposición singular global reducido como aparece en la ecuación (15).

$$\begin{cases} \dot{X}'_1 = A'_{o11} X'_1 + A'_{o12} X'_2 + B'_{o1} U + D'_{o1} \xi'_1 \\ 0 = A'_{o21} X'_1 + A'_{o22} X'_2 \\ Y = C'_{o1} X'_1 + C'_{o2} X'_2 \end{cases}$$

con A'_{o22} invertible en los puntos de operación.

De la ecuación (15) se deriva el modelo **K-W global**.

$$\begin{cases} X_1(t) = X'_1(t) \\ X_2(t) = A'_{o21} X'_1(t) + A'_{o22} X'_2(t) \\ \xi(t) = \xi'(t) \end{cases}$$

Definiendo:

$$\begin{cases} A_{o1} = A'_{o11} - A'_{o12} A'^{-1}_{o22} A'_{o21} \\ B_{o1} = B'_{o1} \\ C_1 = C'_{o1} - C'_{o2} A'^{-1}_{o22} A'_{o21} \\ D_{o1} = D'_{o1} \end{cases}$$

Por tanto a partir del modelo en descomposición singular global en espacio de estados (Salamanca, 2007), se plantea el modelo conocido como el modelo de Kronecker-Weierstrass Global (Benoit, 2003) expresado en la ecuación (16), útil para el análisis de controlabilidad, observabilidad y estabilidad en DAES lineales.

$$\begin{cases} \dot{X}_1(t) = A_{o1} X_1(t) + B_{o1} U(t) + D_1 \xi(t) \\ Y(t) = C_1 X_1(t) \end{cases} \quad (16)$$

4. ANALISIS DE REGULARIDAD CONTROLABILIDAD Y OBSERVABILIDAD

4.1 Regularidad del modelo DAE global

El modelo global es regular si y solamente si la matriz A'_{o22} es invertible. Por ello se debe demostrar la inversibilidad de la matriz A'_{o22} . De la expresión (15) se nota que \bar{A}'_{o22} es invertible por ser una matriz diagonal de submatrices invertibles A'_{o22} . La inversa de A'_{o22} se puede escribir entonces como:

$$A'^{-1}_{o22} = [I + \bar{A}'^{-1}_{o22} T'_2]^{-1} \bar{A}'^{-1}_{o22} \quad (17)$$

En todos los puntos de operación normal del sistema se encuentra que la expresión (17) existe. Por lo que se concluye que el sistema es regular en todos los puntos de operación normal.

4.2 Controlabilidad.

Para el modelo **K-W global** se evalúa la matriz de controlabilidad:

$$C_{o1} = [B_{o1} \quad A_{o1}B_{o1} \quad A_{o1}^2B_{o1} \quad \dots \quad A_{o1}^{5m-1}B_{o1}] \in \mathbb{R}^{5m \times 5m}$$

En el rango de operación normal del sistema se encuentra que $\text{rank } C_{o1} = 5m$, con lo que se concluye que el sistema DAEL global es **R-Controlable**.

Para el análisis de la controlabilidad de cada modelo DAEL de cada máquina no se consideran las perturbaciones externas y las interconexiones con lo cual el modelo **K-W local** queda:

$$\begin{aligned} \dot{X}_{i1}(t) &= A_{io1}X_{i1}(t) + B_{io1}U_i(t) \\ 0 &= X_{i2}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

Teorema 1: El modelo DAEL descrito por (16), obtenido mediante linealización entorno a un punto de operación genérico del modelo DAEN, solo es **R-controlable**. (Salamanca, 2009)

4.2 Observabilidad

Teorema 2: El modelo DAEL descrito por (16), obtenido mediante linealización entorno a un punto de operación genérico del modelo DAEN, solo es **R-Observable**. (Salamanca, 2009)

La matriz Observabilidad del subsistema lento:

$$O_{o1} = \begin{bmatrix} C_{io1}^T & A_{io1}^T C_{io1}^T & A_{io1}^{2T} C_{io1}^T & \dots & A_{io1}^{5m-1T} C_{io1}^T \end{bmatrix} \quad (19)$$

En la matriz de Observabilidad se observan dos filas linealmente independientes en la matriz G_{o1} que no dependen del punto de operación; haciendo un barrido en toda la región normal de operación, se encuentra que la matriz de observabilidad tiene 5 filas linealmente independientes por lo que su rango es 5. El subsistema lento (19) es observable con lo cual el modelo DAEL (18) es **R-Observable**.

5. ESTRATEGIA DE CONTROL GLOBAL ROBUSTO CON MINIMO NUMERO DE VARIABLES

El sistema de potencia en algunos puntos de operación es altamente inestable, lo cual no permitió que controladores locales robustos lo estabilizaran, por esta razón se hizo necesario

desarrollar un controlador robusto global considerando el menor número de variables medibles para retroalimentar.

Los controladores robustos globales diseñados buscan estabilidad y ubicación de polos, características relevantes para determinar el orden de los controladores y desempeño del sistema en lazo cerrado. Sea el modelo global en descomposición singular en lazo abierto dado en la ecuación (15).

Para cada subsistema se toma variables locales y globales como aparece en la ecuación (20).

$$Y_{Mi}(t) = C'_{Mi1}X'_1(t) + C'_{Mi2}X'_2(t) \in \mathbb{R}^{P_{Mi}} \quad (20)$$

Dado que A'_{o22} es invertible, se puede despejar $X'_2(t)$ de (15)

$$X'_2(t) = -A'^{-1}_{o22}A'_{o21}X'_1(t)$$

Reemplazando en la ecuación (20) se tiene que

$$C_{Mi1} = (C'_{Mi1} - C'_{Mi2}A'^{-1}_{o22}A'_{o21}) \in \mathbb{R}^{P_{Mi} \times 5m} \quad (21)$$

El sistema en lazo abierto esta dado por la ecuación (22)

$$\begin{aligned} \dot{X}'_1(t) &= A'_{o1}X'_1(t) + B'_{o1}U(t) + D_1\xi(t) \\ Y_{Mi}(t) &= C_{Mi1}X_1(t) \end{aligned} \quad (22)$$

Se propone la ley de control

$$\begin{aligned} u'_i(t) &= -K_i Y_{Mi}(t); \quad K_i \in \mathbb{R}^{1 \times P_{Mi}} \\ u'_i(t) &= -K_i C_{Mi1} X'_1(t) \end{aligned} \quad (23)$$

El control global queda

$$U(t) = [u'_1(t) \quad u'_2(t) \quad \dots \quad u'_m(t)]^T \in \mathbb{R}^m \quad (24)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_m \end{bmatrix}_{m \times P_{M1}} \quad (25)$$

$$C_{M1} = \begin{bmatrix} C_{M11} \\ C_{M21} \\ \vdots \\ C_{Mm1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{P_{M1} \times 5m} \quad (26)$$

La señal de control se puede expresar en forma matricial reducida como (27)

$$U(t) = -K C_{M1}(t) X_1(t); \quad K \in \mathbb{R}^{m \times P_{M1}} \quad (27)$$

Reemplazando la señal de control en (22)

$$\dot{X}'_1(t) = (A'_{o1} - B'_{o1}K C_{M1}(t))X_1(t) + D_1\xi(t) \quad (28)$$

Redefiniendo:

$$\begin{aligned} X_1(t) &= X'_1(t) \\ X_2(t) &= A'_{o21}X'_1(t) + A'_{o22}X'_2(t) \\ Y_{z1}(t) &= C_{z1}X_1(t); \quad C_{z1} \in \mathbb{R}^{P_z \times 5m} \end{aligned} \quad (29)$$

Y_{x1} son las variables del sistema sobre las cuales se va a observar el desempeño del controlador (pueden ser variables diferenciales y/o algebraicas).

El modelo de Kronecker-Weierstrass en lazo cerrado queda:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1(t) &= A_{o1Lc} X_1(t) + D_1 \xi(t) \\ Y_{x1}(t) &= C_{x1} X_1(t) \end{aligned} \quad (30)$$

Donde

$$A_{o1Lc} = A'_{o1} - B'_{o1} K C_{M1}(t) \quad (31)$$

La matriz de transferencia entre $\xi(t)$ y $Y_{x1}(t)$ está dada por:

$$G_x(s) = C_{x1}(sI - A_{o1Lc})^{-1} D_1 \quad (32)$$

Aplicando las condiciones de desempeño de ubicación regional de polos para inyectar un mayor amortiguamiento al sistema de potencia y robustez del sistema de control se aplica el lema real acotado (Zhou, 1998), donde $\|G_x\| < \gamma$, con $\gamma > 0$.

Y A_{o1Lc} asintóticamente estable, si y solamente si existe una matriz positiva definida Γ_1 que satisfice la siguiente LMI

$$\begin{bmatrix} A_{o1Lc} \Gamma_1 + \Gamma_1 A_{o1Lc}^T + 2\alpha_0 \Gamma_1 & D_1 & \Gamma_1 C_{x1}^T \\ D_1^T & -\gamma I & 0 \\ C_{x1} \Gamma_1 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0; \quad \gamma > 0 \quad (34)$$

Para solucionar esta desigualdad se define:

$$Q_{o1}(\Gamma_1, \gamma) = \begin{bmatrix} A_{o1} \Gamma_1 + \Gamma_1 A_{o1}^T + 2\alpha_0 \Gamma_1 & D_1 & \Gamma_1 C_{x1}^T \\ D_1^T & -\gamma I & 0 \\ C_{x1} \Gamma_1 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow 5m \\ \uparrow m \\ \uparrow P_x \end{matrix} \quad (35)$$

$$V_{B_{o1}} = \begin{bmatrix} B_{o1}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow m \\ \uparrow m \\ \uparrow m \end{matrix} \quad (36)$$

$$\Theta_1(\Gamma_1, K) = \begin{bmatrix} -K C_{M1} \Gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow 5m \\ \uparrow m \\ \uparrow m \end{matrix} \quad (37)$$

Las desigualdades (33) y (34), son equivalentes a las siguientes desigualdades:

$$\begin{aligned} Q_{o1}(\Gamma_1, \gamma) + V_{B_{o1}}^T \Theta_1(\Gamma_1, K) + \Theta_1(\Gamma_1, K) V_{B_{o1}} &< 0 \\ \Gamma_1 = \Gamma_1^T &< 0 \\ \gamma &< 0 \end{aligned} \quad (38)$$

La desigualdades dadas en (38) son factibles para γ_1, γ, K si y solamente si las LMIs dadas en (39) son factibles (Boyd, 1994), para γ_1, γ .

6. EJEMPLO DE APLICACION

Para ilustrar la estrategia de control desarrollada, se simulo en Matlab-Simulink un sistema de tres máquinas interconectadas (Sauer, 1998), donde para cada máquina, se programaron sus ecuaciones algebraico-diferenciales no lineales y el subsistema de interconexión. El controlador se diseño empleando el toolbox de LMI's de Matlab. El sistema completo se implemento en simulink como se ilustra en la figura 1.

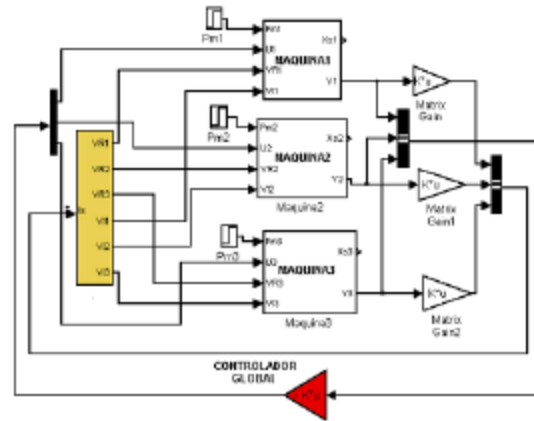


Fig. 1. Diagrama de bloques sistema de control global interconectado

Para el diseño del controlador Robusto basado en LMIs, se diseñó un controlador Global donde se toma el mínimo número de variables de retroalimentación tanto locales como remotas. Los valores característicos del sistema de global en lazo abierto, como los del sistema global en lazo cerrado, se presentan en la tabla (1). Se observa que en lazo abierto el sistema presenta modos oscilatorios, modos inestables y algunos modos estables.

Para la inyección de amortiguamiento se plantea la condición de ubicación regional de polos, con parte real negativa menor que -4. Se impone la condición de máximo tamaño de ganancia del controlador menor de 50, buscando cumplir con la limitación del tamaño de la señal de control sobre el sistema de excitación de cada máquina. La tabla (1) ilustra la correcta ubicación de los polos en lazo cerrado para cada máquina.

Tabla 1: valores característicos sistema de interconectado con controlador global retroalimentación del mínimo número de variables

Valores característicos lazo abierto	Valores característicos lazo cerrado
-1.2086 +12.8396i	-31.0037
-1.2086 -12.8396i	-13.7874 +14.7859i
0.0072 + 8.0181i	-13.7874 -14.7859i
0.0072 - 8.0181i	-22.5611
1.9997 + 0.7377i	-7.0500 +13.6474i
1.9997 - 0.7377i	-7.0500 -13.6474i
-4.8095 + 3.4839i	-7.0768 + 5.8720i
-4.8095 - 3.4839i	-7.0768 - 5.8720i
-3.0487 + 2.4980i	-10.7959
-3.0487 - 2.4980i	-5.1089 + 0.2824i
-4.0213 + 2.2928i	-5.1089 - 0.2824i
-4.0213 - 2.2928i	-5.4820 + 1.2143i
-3.7172	-5.4820 - 1.2143i
-3.2238	-6.2692 + 1.4967i
-2.1085	-6.2692 - 1.4967i

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la tabla 2, se aprecia la distribución de las variables de retroalimentación mínimas, para el funcionamiento adecuado del sistema de control, con los requerimientos de ubicación de polos y ganancia del controlador. La tabla 2 se obtuvo desarrollando y aplicando controladores, considerando todas las variables globales y locales factibles de retroalimentación.

Tabla 2: Variables retroalimentadas para cada subsistema

Señal de control	Variables Retroalimentadas	MQ1	MQ2	MQ3
U ₁	W _r	*	*	*
	E _{f,d}	*	*	*
	I _r	*	*	*
	I _t	*	*	*
	P _e	*	*	*
U ₂	W _r	*	*	*
	E _{f,d}	*	*	*
	I _r	*	*	*
	I _t	*	*	*
	P _e	*	*	*
U ₃	W _r	*	*	*
	E _{f,d}	*	*	*
	I _r	*	*	*
	I _t	*	*	*
	P _e	*	*	*

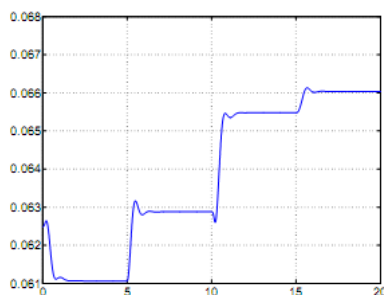


Fig. 2. Salida Delta 1 con controlador global robusto

El controlador resultante queda:

$$K1 = [-17,5 \quad 0,38 \quad 0,36 \quad -0,74 \quad -1,75 \quad 0,07 \quad 4,85 \quad -14,15 \quad -1,96 \quad -6,45 \quad 18,91 \quad -9,74]$$

$$K2 = [9,29 \quad -0,32 \quad -6,47 \quad 1,17 \quad -2,59 \quad 0,417 \quad 18,47 \quad 38,78 \quad 9,92 \quad 2,34 \quad 29 \quad 12,22]$$

$$K3 = [3,21 \quad -0,20 \quad -3,03 \quad 0,29 \quad -1,53 \quad 0,414 \quad 7,12 \quad 16,39 \quad 4,14 \quad 20,71 \quad 3,12 \quad 1,61]$$

Para el ejemplo se simularon condiciones iniciales diferentes a los puntos de operación. Igualmente se simularon perturbaciones en la potencia mecánica de cada máquina así:

- Perturbación en la potencia mecánica de la máquina 1 del 10 % en t = 5 seg.
- Perturbación en la potencia mecánica de la máquina 2 del 10 % en t = 10 seg.
- Perturbación en la potencia mecánica de la máquina 3 del 10 % en t = 15 seg.

En las figuras 2-3 se observa la variación de los ángulos de potencia, el sistema busca establecerse en otros puntos de operación sin mayores oscilaciones.

La excursión de los ángulos de potencia se debe a que éstos no se están retroalimentando, pero aun así el amortiguamiento es efectivo como se observa en las figuras 4-5.

Con respecto a la señal de control dado en las figuras 6-7 se puede notar que su tamaño no es grande debido principalmente al condicionamiento aplicado a la magnitud de la ganancia de los controladores.

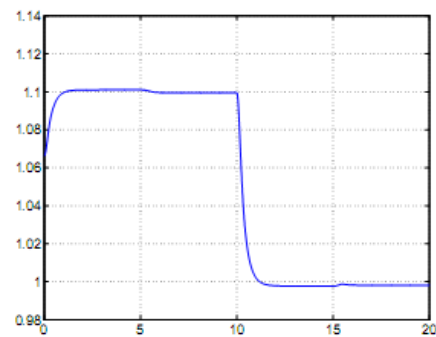


Fig. 3. Salida Delta 2 con controlador global robusto

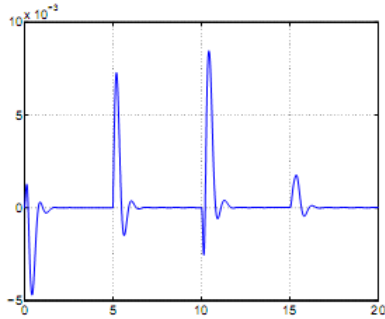
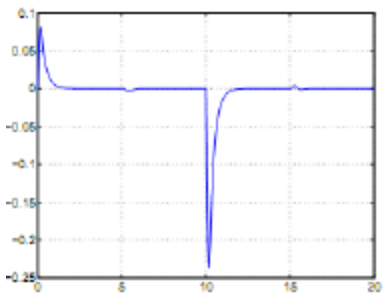
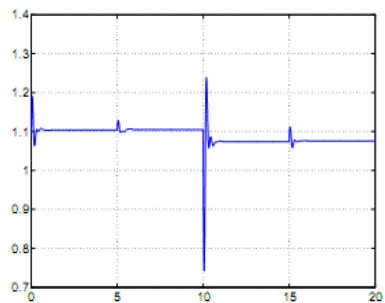
Fig. 4. Salida $W_r 1$ con controlador global robustoFig. 5. Salida $W_r 2$ con controlador global robusto

Fig. 6. Señal de control para la maquina 1

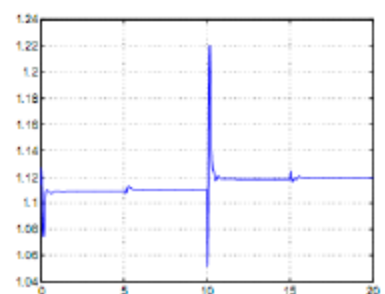


Fig. 7. Señal de control para la maquina 2

8. CONCLUSIONES

El modelamiento de sistemas de potencia utilizando modelos algebraico-diferenciales permite una visión más completa del sistema, ya que las variables de estado conservan su significado físico.

Del análisis de controlabilidad y observabilidad del sistema, se aprecia que no todos los estados del sistema se pueden llevar de un estado inicial a un estado final deseado, y no todos los estados se pueden reconstruir a partir de las salidas establecidas en el modelo.

Las máquinas tienen valores característicos mal amortiguados muy cercanos al eje imaginario, característica que las hace estables en lazo abierto en forma independiente.

Las máquinas en forma independiente son estables pero cuando se interconectan las tres, el sistema global es inestable.

-El modelamiento presentado en éste artículo, facilita el análisis de estabilidad, controlabilidad y observabilidad para sistemas de potencia multimáquina desde el punto de vista de los sistemas algebraico diferenciales.

El modelamiento presentado en éste artículo facilita el diseño de controladores de tipo robusto que funcionan en uno o varios puntos de operación.

La ubicación de polos del sistema exige fuertemente al controlador, por tanto se debe tener en cuenta la factibilidad de las LMIs en el diseño del controlador evitando un diseño de controlador inadecuado.

Los controladores Robustos diseñados tienen una limitación en la ganancia del controlador para evitar señales de control excesivas en magnitud, buscando evitar saturación en los actuadores.

El hecho de que los subsistemas aislados sean estables no significa que el sistema interconectado general también lo sea, para este caso el sistema interconectado en lazo abierto es inestable como se puede verificar con los valores característicos de la tabla 1.

La ubicación de polos del sistema permitió la factibilidad del sistema hasta tomar valores característicos donde su parte real negativa máxima es de 4.

La ayuda de las desigualdades matriciales lineales LMIs permite la obtención de controladores que cumplen con características de desempeño adecuadas, únicamente programando las condiciones en el software de aplicación.

REFERENCIAS

- Ixtlahuatl Coronado (2001). *Ubicación de dispositivos FACTS desde una perspectiva dinámica*. PhD thesis, Universidad de Guadalajara.
- A.A. Fouad Paul M. Anderson (1994). *Power System Control and Stability*. IEEE PRESS, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Power Systems Engineering Series, New York.
- Marija D Ilić and John Zaborszky (2000). *Dynamics and control of large electric power system*. Wiley.
- Yi Guo. David J. Hill (2000). Youyi Wang. Nonlinear decentralized control of large-scale power systems, vol 36. *Automatica*, December.
- Rosselle G. J. (1998). *Contribución a la modelación y el control descentralizado de sistemas de gran escala mediante descomposición con solapamiento*. PhD Thesis.
- Getachew K. B. (2006). *Robust Decentralized Control of Power Systems: A Matrix Inequalities Approach*. PhD thesis, Universität at Duisburg-Essen
- Smith C. y Corripio A. (1997). *Principles and practice of automatic process control*. John Wiley.
- Benoit M. (2003). *Contribution a la Comande et au Diagnostic des Systemes Algebro-Differentiels Lineaires*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble Francia, Grenoble Francia.
- J. Salamanca, O. Higuera, and J. Ramirez (2007). Sistemas algebraico diferenciales: Análisis y control. *Revista Ingeniería, Investigación y Desarrollo*, 5(2):30–40.
- Salamanca J. M. (2009). *Análisis y control con modelos algebraico diferenciales de la estabilidad en pequeña señal en sistemas de potencia eléctrica*. PhD Thesis, Universidad del Valle.
- Kemin Zhou and C. Doyle (1998). *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Boyd S. Laurent G. Eric Feron. Venkataramanan Balakrishnan (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Peter W. Sauer. M. A. Pai, (1998). *Power System Dynamics and Stability*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458.