

**MATHEMATICAL MODELING OF THE SCHEDULING ASSIGNMENT
PROBLEM FOR BUSINESSES OF VARYING DEMAND****MODELAMIENTO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE
HORARIOS PARA EMPRESAS DE DEMANDA VARIABLE**

**Ing. Natalia Bohórquez Bedoya, Ing. David Álvarez Martínez
MSc. Eliana Mirledy Toro Ocampo**

Universidad Tecnológica de Pereira

Vereda La Julita, Pereira, Risaralda, Colombia

Tel.: 57-6-3137205, Fax: 57-6-3137122, E-mail: {davidalv, elianam}@utp.edu.co

Abstract: This study presents a mathematical model for multiskilled workforce scheduling problems in schemes of fast food restaurant chains, where services are offer every day of the year and the model has to fulfill with the operating and labor restrictions of the Colombian laws. The aim of this model is to control and reduce the costs of the staff allocation fulfilling with the market demand. With the purpose of to verify the effectiveness of the model, we create an encoding which allows resolving the problem efficiently by using heuristics or metaheuristics.

Resumen: En este artículo se presenta un modelo matemático para la solución de problemas de asignación de horarios de personal que desempeñan múltiples funciones en cadenas de restaurantes de comidas rápidas ofreciendo sus servicios los 365 días del año teniendo en cuenta que deben cumplir restricciones operativas y laborales enmarcadas en la legislación colombiana. El objetivo de este modelo es controlar y reducir los costos correspondientes a la asignación de personal cumpliendo con la demanda del mercado. Con el fin de verificar la efectividad del modelo se plantea una alternativa de codificación que permita resolver el problema de forma eficiente mediante el uso de heurísticas o metaheurísticas.

Keywords: Multiskilled workforce scheduling, Mathematical model, Encoding.

1. INTRODUCCION

El problema de la asignación de horarios es ampliamente estudiado en el campo de la investigación operativa e impacta fuertemente el desarrollo económico del país porque a partir de él se define la demanda de personal en las organizaciones. Es importante anotar que el factor humano se constituye en el elemento a optimizar debido al costo asociado a su contratación ya que recae directamente sobre el precio del bien o servicio que se ofrece al consumidor final.

El problema de la organización de horarios, en muchas ocasiones alcanza unas dimensiones que lo hacen intratable de forma manual. Esta situación requiere de especial atención en aquellas organizaciones que tienen que cubrir unos servicios que se prolongan en el tiempo más allá de una jornada laboral, las que tienen una demanda de servicios fluctuante, las que deben ajustar su servicio a la demanda de un público incierto, entre otras.

El problema de la organización de horarios es de una gran extensión tanto por sus características como por las técnicas que se utilizan. Cada uno de los grupos y subgrupos que se presentan para esta clasificación están descritos mediante un modelo básico en el que se destacan los datos de entrada o parámetros del problema y las variables.

Con base en el número de personas por cargo, (Bechtold y Brusco, 1994), definieron un modelo para minimizar el número de personas por cargo; (Brusco y Jacobs, 1998) adicionalmente valoraron la tarea y (Thompson, 1995) valora el excedente de personal. Realizando asignación de personas, (Hillier, J. Lieberman, 2001) presentan el modelo clásico de asignación uno a uno; (Bechtold y Brusco, 1994) muestran un modelo que permite la asignación de una tarea a varias personas y (Toro, 2005) aborda el problema donde una persona puede ejecutar varias tareas. De acuerdo a la agrupación por jornadas de trabajo (Day y Ryan, 1997), presentan una propuesta. Con base en la creación de patrones, aparece una propuesta de (Beaumont, 1997), donde se hace una programación por días libres; (Laporte, 1999), propone un modelo donde se asignan turnos de trabajo y días libres y (Emmons y Burns, 1991) hace una Programación de días libres de acuerdo a categorías.

Como se observa en la literatura disponible sobre la temática se presentan muchos modelos que segmentan la situación de acuerdo a alguna característica específica, en este trabajo se presenta un modelo matemático que integra muchas de estas variantes ya que en los problemas reales están presentes simultáneamente.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Actualmente las organizaciones competitivas deben adaptarse rápidamente a los cambios del mercado, en la categoría de restaurantes de comidas rápidas, sus clientes esperan un servicio ágil y eficaz, además el cumplimiento de la promesa de venta que hacen quienes se encargan de la atención al cliente, generalmente al terminar de facturar la compra: “el pedido se demora aproximadamente ‘tantos’ minutos”, el cliente espera que llegue en ese tiempo o antes un producto de alta calidad y con las condiciones especificadas, esto hace parte fundamental de la satisfacción y fidelización del cliente, siendo este el objetivo principal que persiguen las empresas para mantenerse en el mercado. La necesidad de adaptarse a las condiciones del mercado, ha hecho

que este tipo de organizaciones flexibilice sus horarios y jornadas laborales, con el fin de responder eficientemente a una demanda que varía hora tras hora, considerando el bienestar de los trabajadores y teniendo en considerando la contratación por horas, demanda fluctuante, políticas internas y legislación laboral se mezclan para hacer de la asignación de personal.

En este orden de ideas, el primer subproblema se relaciona con la asignación operativa, es decir, la asignación que se da por carga de trabajo, analizada media hora a media hora según la demanda histórica (nivel y mezcla de ventas) del restaurante, además se tienen en cuenta otras condiciones de operatividad de los restaurantes, tales como el prelistamiento y la recepción de pedido de materia prima e insumos. La demanda junto con otras condiciones específicas para la adecuada operación del restaurante, determinan el número de personas necesarias en cada período de asignación; estas horas son de obligatorio cumplimiento, debido a que contar con el personal necesario para atender una demanda específica es vital para asegurar la satisfacción de los clientes. A partir de esta asignación operativa se obtienen los parámetros con los que se formularán algunas restricciones específicas dentro del modelo matemático, asegurando que este personal operativo se asigne.

El segundo subproblema se denomina: Asignación Administrativa, es la asignación dada por el cumplimiento de las Restricciones Administrativas definidas por el Área de Gestión Humana, con el fin de flexibilizar los contratos de trabajo acorde con las necesidades de la empresa, enmarcadas en la actual legislación laboral colombiana. Otras restricciones administrativas han sido definidas en conjunto Área de Gestión Humana, Ingeniería y Directores Regionales, con el objetivo de satisfacer necesidades particulares de los restaurantes.

Estas restricciones, así como las operativas, son también de obligatorio cumplimiento, debido a que obedecen a políticas estatales de contratación laboral para flexibilizar los horarios y para facilitar la consecución del personal; sin embargo, la diferencia más importante con relación a las horas operativas, es que las horas administrativas pueden ubicarse en cualquier período posible del horizonte de asignación, donde el modelo lo encuentre más conveniente para cumplir la función objetivo, mientras que las horas operativas son inamovibles desde el momento que se asignan con los criterios aplicados a cada cargo.

Es importante aclarar que la Asignación Operativa se realiza sin evaluar ninguna función objetivo, debido a que no es necesario hacer elecciones entre alternativas, sino que es una asignación simple con base en unos rangos establecidos por la empresa. Adicionalmente se plantean restricciones de consecutividad de horas para dar cumplimiento a las condiciones de turnos segmentados.

Las Restricciones Operativas son aquellas que se relacionan directamente con la demanda o necesidades internas del restaurante. No pueden dejar de asignarse y son inamovibles. Los elementos que hacen parte de las Restricciones Operativas son necesarias para la adecuada operación del restaurante:

- Prelistamiento y recepción de pedido
- Demanda
- Políticas generales

Prelistamiento y recepción de pedido

Las horas de prelistamiento se ejecutan diariamente antes de la apertura del restaurante para atención al público y son tomadas en cuenta como parte del horizonte de trabajo, ya que estas cuentan en el total de horas de la jornada laboral de los cargos que realizan esta actividad.

Demanda

El procedimiento para asignar el personal con base en las ventas del restaurante se obtiene de un consolidado de ventas, el cual muestra el promedio de transacciones día a día, hora a hora.

Políticas generales

Son políticas específicas que garantizan el funcionamiento de los puntos de venta, tales como:

- Mínimo número de personas en las horas de prelistamiento, aperturas, horas de alta demanda.
- Cargos que siempre deben estar disponibles todo el tiempo de operación.

3. PLANTEAMIENTO DEL MODELO

El problema que se presenta corresponde a la programación de personal en cadenas de restaurantes, donde se representan las condiciones específicas de un tipo de establecimiento comercial con demanda variable de acuerdo al día de la semana y a la hora del día, situaciones de este tipo la plantea (Batero, 2007) y (Bohórquez, 2008). Para el planteamiento de este modelo se debe conocer la demanda en cada uno de los períodos y para cada uno de los cargos. El horizonte de

tiempo considerado es de una semana, divididos en días y a su vez, los días divididos en intervalos de tiempo de 30 minutos. Los trabajadores se agrupan de acuerdo al tipo de contrato: fijo ó temporal, con las siguientes consideraciones:

a. Contrato fijo

Personal de contrato fijo debe laborar 8 horas diarias, no se permite programar horas extras y si es necesario dividir la jornada diaria en dos turnos, cada turno como mínimo debe ser programado por tres horas consecutivas. Adicionalmente se debe planear un día a la semana para su descanso.

b. Contrato jornada variable

Bajo este tipo de contratación se encuentran las siguientes variaciones:

- Tipo b.1: Labora todos los días de la semana (lunes a domingo) Como mínimo 4 horas diarias y como máximo 7 horas diarias de lunes a viernes
- Tipo b.2: No labora todos los días de la semana.
- Tipo b.3: Trabaja únicamente fines de semana

De acuerdo a la demanda se definen tareas y estas deben ser realizadas por distintos trabajadores a tiempo parcial, por tanto un empleado puede realizar más de una tarea, quiere decir esto que es necesaria la polivalencia dentro de los cargos. Otro aspecto de relevancia es la hora de cierre del establecimiento, este dato varía de acuerdo a la ubicación del punto de venta.

3.1 Índices y variables utilizadas

$i = 1$ Jornada Completa.

$i = 2$ Jornada Variable.

$j =$ cargo principal + cargo secundario ($j=j_1, \dots, j_t$).

$k =$ Hora del día ($K=1, 2, \dots, HC$).

$l =$ día de la semana ($l=1, 2, \dots, 7$).

HC = Hora de cierre del establecimiento.

X_{ijkl} = Variable binaria que toma el valor de 1 si la persona j ha sido asignada a una jornada i (completa o variable), en el período de asignación k el día l y 0 en caso contrario.

De acuerdo a la demanda se definen tareas y estas deben ser realizadas por distintos trabajadores a tiempo parcial, por tanto un empleado puede realizar más de una tarea, quiere decir esto que es necesaria la polivalencia dentro de los cargos.

Otro aspecto de relevancia es la hora de cierre del establecimiento, este dato varía de acuerdo a la ubicación del punto de venta.

El subíndice j determina el cargo principal y cada uno de los cargos (denotados aquí como cargos secundarios). Los cuatro primeros dígitos de este subíndice representan el cargo principal. Los cuatro últimos dígitos representan el cargo secundario que puede ejercer por polifuncionalidad. En la tabla 1 se describe un ejemplo.

Tabla 1. Representación del subíndice j

01010101	Cocinero	Cocinero
01010102	Cocinero	Despacho autoservicio

La fila 1 de la tabla 1 representa un individuo que está programado para el cargo i y está ejecutando una tarea propia del cargo. La fila 2 indica que una persona programada para la tarea de cocinero pero está ejecutando una tarea de otro cargo.

3.2 Modelo matemático

3.2.1 Función Objetivo

Consiste en minimizar el tamaño de la planta de personal, según la Ecu. (1).

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{H_c} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \quad (1)$$

3.2.2 Restricciones

Debe haber suficiente número de empleados en todos los períodos para satisfacer la demanda y a que se cumplan las restricciones administrativas, relacionadas principalmente con la flexibilización de horarios.

En la naturaleza del problema analizado se considera que se representa mejor la situación definiendo la asignación cada media hora, por tanto se programan 16 medias horas diarias por cargo y por tarea.

3.2.3 Para número de horas permitidas en 1 día

Se formula una restricción para cada una de los cargos principales del conjunto j , y a su vez para cada día l . La sumatoria de las horas asignadas a una persona, en los diferentes cargos que puede ejercer, durante el horizonte de asignación de un día l , no debe ser mayor que el máximo de horas permitidas para la jornada i , ni menor que el mínimo de horas permitidas para misma jornada, tal como se muestra en la Ecu. (2).

Para $i=1$ jornada completa:

$$\sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{H_c} X_{ijkl} = 16Y_m \quad \forall i=1; l=1,2,\dots,7 \quad (2)$$

En la Ecu. (2) Y_m Representa una variable binaria que toma el valor de 1 si se representa personal de jornada completa y 0 en caso contrario.

Para $i=2$ jornada variable:

Las Ecu. (3) y (4) determinan el valor de $W_{j'l}$, la cual es un variable binaria que está definida por cada persona de jornada variable del conjunto j' que va definido $\{j_i, \dots, j_f\}$ y toma el valor 1 cuando la persona j ha sido asignada a cualquier periodo k del horizonte de asignación en el día l . En otras palabras, la variable es igual a 1 si la persona j trabajó algún segmento de tiempo el día l .

$$\sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{H_c} X_{ijkl} \geq W_{j'l} \quad \forall i=2; l=1,2,\dots,7 \quad (3)$$

$$\sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{H_c} X_{ijkl} \leq 16W_{j'l} \quad \forall i=2; l=1,2,\dots,7 \quad (4)$$

Así mismo para activar las Ecu. (2, 3, 4) que corresponden a la cantidad de días que trabaja una persona, se requiere una nueva variable auxiliar binaria Z_n que activa un grupo de restricciones determinado, si se cumple una condición dada por $W_{j'l}$. La variable Z_n se define para cada persona del conjunto j y a su vez para cada los tres tipos de contrato en jornada variable. Si la está variable toma el valor de 0 es porque la condición se cumple y por lo tanto las restricciones asociadas a ella se deben cumplir. El subíndice n es un número entero consecutivo. Como es usual en la notación de la programación lineal entera, M es un número positivo grande.

Jornada variable tipo 1

El máximo de medias horas a trabajar es 14. Se formula inicialmente una restricción que indica si la persona está asignada o no todos los días, dada en la Ecu. (5), y complementada con las Ecu. (6) y (7).

$$\sum_{l=1}^7 W_{j'l} - 6 \leq M(1 - Z_n) \quad \forall j' = j'i, \dots, j'f \quad (5)$$

Diaria

$$-\left[\sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{H_c(l)} X_{ijkl} - 8Y_{m+1} \right] \leq MZ_n \quad \forall i=2; l=1,2,\dots,7 \quad (6)$$

$$-\left[14Y_{m+1} - \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{H_c(l)} X_{ijkl} \right] \leq MZ_n \quad \forall i=2; l=1,2,\dots,7 \quad (7)$$

Jornada variable tipo 2

Si el personal de jornada variable no labora todos los días de la semana, el mínimo de horas diarias

que debe laborar entre semana de lunes a viernes es de 8 medias horas y los sábados y domingos debe laborar obligatoriamente 16 medias horas.

Se formula inicialmente la Ecu. (8) que indica si la persona no fue asignada todos los días de la semana. Luego se formulan las restricciones representadas desde las Ecu. (9) a (13) que acotan la cantidad de horas que debe cumplir y se activan sólo si la Ecu. 8 se cumple:

$$7 - \sum_{l=1}^7 W_{j'l} \leq M(1 - Z_{n+1}) \quad \forall j' = j'_1, \dots, j'_f \quad (8)$$

$$-\left[\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_{m+1} \right] \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; l^* \quad (9)$$

$$-\left[14Y_{m+1} - \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right] \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; l^* \quad (10)$$

l^* Representa los días de la semana que se labora.

Mínimo semanal de lunes a viernes.

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^5 X_{ijkl} \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2 \quad (11)$$

Fines de semana:

$$-\left[\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_{m+1} \right] \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; l = 6, 7 \quad (12)$$

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \leq 16Y_{m+1} \quad \forall i = 2; l = 6, 7 \quad (13)$$

Jornada variable tipo 3

Si el personal sólo labora los fines de semana (sábado y domingo) debe laborar mínimo 16 medias horas diarias y 32 medias horas semanales. La Ecu. (14) indica si la persona sólo está asignada los fines de semana y luego la Ecu. (15) que determina el mínimo de horas a cumplir.

$$1 - \sum_{l=1}^5 W_{j'l} \leq M(1 - Z_{n+2}) \quad \forall j = j'_1, \dots, j'_f \quad (14)$$

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_{m+1} \leq MZ_{n+2} \quad \forall i = 2; l = 6, 7 \quad (15)$$

3.2.4 Para número de horas permitidas en 1 semana

Restricciones

Para $i=1$ jornada completa, Ecu. (16).

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} = 112Y_m \quad \forall i = 1; \quad (16)$$

Para $i=2$ jornada variable, Ecu. (17) y (18).

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \geq 56Y_{m+1} \quad \forall i = 2; \quad (17)$$

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \leq 98Y_{m+1} \quad \forall i = 2; \quad (18)$$

Para asignar a una persona únicamente una de las dos jornadas, Ecu. (19).

$$Y_m + Y_{m+1} = I \quad (19)$$

Para evitar el cruce de horas, Ecu. (20).

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^7 X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2, \dots, HC; \quad \forall l = 1, 2, \dots, 7 \quad (20)$$

El intervalo del subíndice j para estas restricciones se define como:

Conjunto $\{j/j\}$ pertenece a los códigos cuyos quinto, sexto, séptimo y octavo dígitos son iguales}.

Asociadas a la obligatoriedad de la asignación de horas operativas, Ecu. (21).

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^7 X_{ijkl} = a \quad (21)$$

$$\forall k = 1, 2, \dots, HC; \quad \forall l = 1, 2, \dots, 7$$

a : representa el número de personas que requieren para el cargo j en la hora k el día l .

Para evitar las horas paralelas para una misma persona

Cada persona puede realizar varios cargos, por polifuncionalidad, pero esta característica no permite la simultaneidad de las labores. Estas restricciones evitan que a una misma persona, sea asignado dos veces o más, el mismo período de asignación k , en un mismo día l .

Se formula una restricción para cada una de los cargos principales del conjunto j , y a su vez para cada día l . Ecu. (22).

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=j_i}^{j_f} X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2, \dots, HC; \quad \forall l = 1, 2, \dots, 7 \quad (22)$$

Aseguran la consecutividad de mínimo 3 horas en la jornada laboral de una persona, Ecu. (23).

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{p=k}^{k+6} x_{ijpl} \geq 6 \quad \forall l = 1, 2, \dots, 7 \quad (23)$$

Para dar prioridad a la jornada completa

Para este modelo se trabaja únicamente la prioridad de la jornada completa frente a la variable, por lo

tanto en las restricciones se busca que se asignen tantas jornadas completas como sea posible, para ello se proponen 2 metodologías para cumplir este objetivo:

- Agregar una penalización a las variables que representan la asignación jornada variable en la función objetivo de forma que no sean atractivas para que hagan parte de la solución.
- Otra alternativa consiste en agregar una restricción por cada cargo, que establezca el número mínimo de personas de Jornada completa que sea deseable para una asignación de horarios en particular, tal como lo representa el Ecu. (24).

$$\sum_j \sum_{k=1}^{HC(j)} X_{jkl} \geq \text{número deseable de tiempos completos} \quad (24)$$

4. CODIFICACIÓN

Se desea realizar la programación semanal de tareas y horarios de personal, para esto se necesita codificar la información necesaria del personal a ser contratado, esta tarea se dividirá en dos partes: una parte será la contratación la cual describe la información necesaria sobre que tipo de contrato, que funciones o cargos puede desempeñar, la hora de inicio de sus labores y el número de periodos de tiempo que laborará, la segunda parte será la descripción de que tarea debe cumplir cada empleado, para cada periodo del día, durante cada día de la semana.

La información necesaria para la contratación se puede representar en un arreglo matricial donde las filas representan cada empleado y las columnas los atributos que describen la contratación de este.

El primer atributo es el tipo de contrato, el cual se puede representar con número entero en un rango desde 1 hasta el número máximo de diferentes tipos de contratos que existan, en este trabajo o en el caso colombiano las restricciones legales presentan sólo 4 diferentes tipos de contrato, contrato fijo, contrato variable tipo 1, tipo 2 y tipo 3.

El segundo atributo son las funciones o cargos que puede desempeñar el empleado, este se representa como una lista no vacía de números enteros que codifican los cargos existentes.

Dependiendo de las restricciones del establecimiento se puede encontrar diferentes polifunciones o su opuesto donde los empleados sólo están capacitados para cumplir una única función.

El tercer y cuarto atributo son la hora de entrada y el número de horas laboradas por el empleado para esa entrada respectivamente, estos datos se representan como una lista de parejas de números enteros (he_i, hl_i) , donde he_i es el periodo de tiempo de ingreso a laborar y hl_i es el número de periodos laborados, para la i -ésima entrada del día.

Dependiendo de las restricciones legales el número de entradas puede aumentar o disminuir. En el caso colombiano mínimo se puede planificar 3 horas por cada entrada a laborar por lo tanto máximo se pueden programar 2 entradas al día.

Los cuatro atributos se pueden codificar en un vector representando así la información necesaria para la contratación de cada empleado, la figura 1 nos ilustra la estructura.

Por ejemplo en el caso colombiano el vector de empleado se limita a sólo 4 tipos de contrato, las funciones dependen del establecimiento y solamente hay dos entradas a laborar por día, además de esto los valores HE1, HE2, HL1 y HL2 deben cumplir las restricciones del modelo matemático (Ver la figura 2).

Tipo 1, Tipo 2, ..., Tipo m	{Cargo 1, Cargo 2, ..., Cargo n}	{(HE 1, HL 1), (HE 2, HL 2), ..., (HE p, HL p)}
Tipo de Contrato	Funciones o Cargos	Hora de Entrada, Horas a Laborar

Fig. 1. Vector empleado

Tipo 1, Tipo 2, Tipo 3, Tipo 4	{Cargo 1, Cargo 2, ..., Cargo n}	{(HE 1, HL 1), (HE 2, HL 2)}
Tipo de Contrato	Funciones o Cargos	Hora de Entrada, Horas a Laborar

Fig. 2. Vector empleado y sus restricciones caso colombiano

La tarea desempeñada durante cada hora de trabajo es un atributo que se codifica mediante la matriz de tareas. La matriz de tareas realmente es un arreglo de datos de 3 dimensiones j, k y l . j representa el empleado, k el periodo de día y l el día de la semana. Por lo tanto la matriz tareas $(j, k, l) = T$, donde T es la tarea a desempeñar el empleado j en el periodo k el día l . En la figura 3 se presenta el esquema de la matriz.

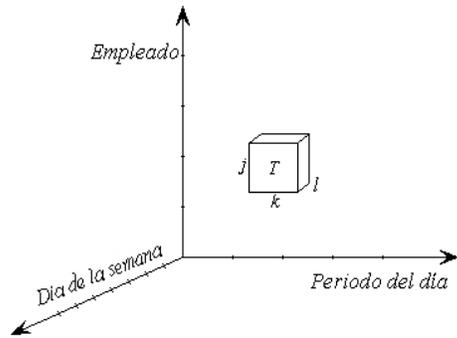


Fig. 3. Matriz de tareas

Ejemplo:

Para clarificar la idea propuesta se presenta un ejemplo que representa la codificación planteada.

En la tabla 2 se presenta la información de requerimientos de 1 día, donde las filas son los cargos requeridos y las columnas son los períodos del día, el valor dentro de la matriz indica el número de personas en el cargo j en el período k .

Tabla 2. Matriz de requerimientos de un día l

Cargos i	Período k									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cocinero (1)	1	1	2	2	3	4	2	2	1	4
Mesero (2)	1	1	2	1	2	2	2	2	1	2
Cajero (3)	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2
Mensajero(4)	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1

En la tabla 3 se presentan las polifunciones de los cargos, donde se indica que la polifunción 5 la pueden ejecutar los cargos 1 y 2; la polifunción 6 la pueden ejecutar los cargos 3 y 4.

Tabla 3. Polifunciones existentes.

Polifunción	Cargos
1	1
2	2
3	3
4	4
5	1,2
6	3,4

En la tabla 4 se presenta una matriz de respuestas donde se indica toda la información requerida para programar la hora de entrada y salida de cada empleado y la tarea a realizar en cada segmento de tiempo, así como el tipo de contrato con el que debe vincularse, es de anotar que en este ejemplo

sólo se está considerando 1 día, en la medida que se consideren más días de la semana la matriz tendrá otras 6 capas correspondientes al martes, miércoles, jueves, viernes, sábado y domingo.

En la tabla 4 la primera fila corresponde a los siguientes ítems:

- Columna 1: Empleado
- Columna 2: Tipo de Contrato
- Columna 3: Polifunción
- Columna 4: Hora entrada 1
- Columna 5: Horas laboradas 1.
- Columna 6: Hora de entrada 2
- Columna 7: Horas laboradas 2.

Evaluando el renglón 2 se tiene que el empleado a tiene un tipo de contrato 1, realizará la polifunción 1, ingresará a la hora 3 y laborará 4 horas, luego ingresará a la hora 7 y laborará 4 horas.

Tabla 4. Contratación por empleado

1	2	3	4	5	6	7
a	1	1	3	4	7	4
b	1	2	3	4	7	4
c	1	3	3	4	7	4
d	2	1	4	4	8	3
e	2	2	5	3	8	3
f	1	1	1	3	6	5
g	2	5	1	3	4	3
h	2	3	1	3	5	3
i	2	4	2	4	8	3
j	2	6	7	4		
k	1	1	8	3		

En la tabla 5 se presenta hora a hora la actividad que debe desempeñar cada empleado de acuerdo con las polifunciones, planteadas en la tabla 3. Así el empleado j realizará la polifunción 6 que corresponde a ser cajero o mesero, por tanto de 7 a 9 será cajero y de 9 a 11 será cajero.

Esta contratación realizada puede ser medida mediante diferentes indicadores de eficiencia, él que se propone en este trabajo es la minimización de personas contratadas, pero bien podría ser la proporción de carga distribuida, la cual consiste en la relación de la horas contratadas (sumatoria de las columnas 5 y 7 de la tabla 4) sobre las horas realmente laboradas (sumatoria de toda la matriz de requerimientos, tabla 2), en este caso la contratación tiene un 76% de eficiencia.

Tabla 5. Programación para un día de la semana

Período k \ Empleado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a			C1							
b			C2							
c			C3							
d				C1						
e					C2	C2	C2	C2	C2	C2
f	C1	C1	C1			C1	C1	C1	C1	C1
g	C2	C2	C2	C1	C1	C1				
h	C3	C3	C3		C3	C3	C3			
i		C4								
j							C4	C4	C3	C3
k								C1	C1	C1

5. CONCLUSIONES

Se presentó un modelo matemático que representa las condiciones específicas de una cadena de restaurantes en cuanto a la asignación del personal.

El modelo matemático presentado es lo suficientemente flexible y permite el cambio en sus condiciones particulares.

Por su naturaleza el modelamiento matemático requiere de una alta dosis de ingenio e innovación, por lo que es imposible describir un procedimiento estándar que deba seguirse siempre.

El modelo matemático propuesto es del tipo NP completo debido a la alta complejidad matemática, en estos casos las técnicas metaheurísticas son las que mejor desempeño han mostrado.

Se presentó una propuesta de codificación como paso inicial para la implementación de cualquier técnica metaheurística a fin de validar el modelo matemático y los casos de prueba que puedan proponerse.

REFERENCIAS

- Batero, V. *Planteamiento del modelo matemático básico que represente de forma adecuada el problema de asignación de personal para un restaurante tipo calle de la compañía Frisby S.A.*, Trabajo de grado, 2007, Universidad Tecnológica de Pereira.
- Beaumont, N. *Using mixed integer programming to design employee rosters*, Journal of Operational Research, vol. 48, 1997, pp. 585-590.
- Bechtold, S. and Brusco, M. *Working set generation methods for labor tour scheduling*. European Journal of Operational Research, vol. 74, 1994, pp. 540-551.
- Bohórquez, N. *Ampliación del modelo matemático que representa el problema de asignación de personal, formulado actualmente para un restaurante particular, a todos los tipos de restaurantes de la empresa Frisby S.A.*, Trabajo de grado, 2008, Universidad Tecnológica de Pereira.
- Brusco, M. and Jacobs, L. *Eliminating redundant columns in continuous tour scheduling problems*, European Journal of Operational Research, vol. 111, 1998, pp.518-525.
- Day, P. and Ryan, D. *Flight attendant rostering for short airline operations*, Operations Research, vol. 45, 1997, pp. 649-661.
- Emmons, H. and Burns, R. *Off-day scheduling with hierarchical worker categorie*”, Operations Research. 1991, vol. 39, No 3, pp. 484-495
- Escalpes, C. *Asignación de conductores a jornadas de trabajo en empresas de transporte colectivo*, Tesis doctoral en Estadística e Investigación operativa. 2000. Universidad Politécnica de Cataluña.
- Gallego, R.; Escobar, A. y Toro, E. *Técnicas Metaheurísticas de Optimización*, Universidad Tecnológica de Pereira, Julio 2008
- Hillier, F. y Lieberman, J. *Investigación de Operaciones*, Editorial McGraw-Hill, México 2001. Bechtold S., Brusco M *A microcomputer-based heuristic for tour scheduling of a mixed workforce* Computers and Operations Research, vol. 21, 1994, pp. 1001-1009.
- Laporte, G. *The art and science of designing rotating schedules*, Journal of Operational Research, vol. 50, 1999, pp. 1011-1017.
- Thompson, G., *Labor scheduling using NPV estimates of the marginal benefit of additional labor capacity*, Journal of Operations Management, vol.13, 1995, pp. 67-86.
- Toro, E.; Romero, R. y Granada, M. *Algoritmo mimético aplicado a la solución del problema de asignación generalizada*, Tecnura, Año 8, No 16, 2005, pp. 55-63.