

EFFECT OF THE INITIAL CONFIGURATION IN THE SOLUTION OF THE TWO-DIMENSIONAL CUT PROBLEM USING THE TABOO SEARCH ALGORITHM

EFECTO DE LA CONFIGURACION INICIAL EN LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL USANDO EL ALGORITMO BUSQUEDA TABU

MSc. Eliana M. Toro O.*, Ing. Augusto C. Rueda M.** , Ing. Hugo A. Ruiz F.***

Universidad Tecnológica de Pereira

*Docente Asistente Facultad de Ingeniería Industrial

** Docente Catedrático Programa de Ingeniería Eléctrica

*** Docente Catedrático Programa de Ingeniería de Sistemas

Vereda La Julita, Pereira, Risaralda, Colombia

Tel.: 57-6-3137122, Fax: 57-6-3137122

E-mail: {eliana, auce, hugor} @ohm.utp.edu.co

Abstract: Taboo Search algorithm is a metaheuristic used for problems of global optimization, but there are few investigations that are concentrated in the initial solution. This document try to show the roll that plays the initial solution in the performance of the algorithm, based on the problem of two -dimensional guillotined cutting, using different initial solutions to observe the effect on the best solution found after several iterations. Traditionally the initial configuration can be generated randomly, but there are many other alternatives, this paper considers an initialization strategy using a constructive algorithm.

Resumen: El algoritmo de Búsqueda Tabú es una metaheurística usada para problemas de optimización global, pero hay pocas investigaciones que se concentren en la solución de inicio. En este documento se pretende mostrar el papel que juega la solución de inicio en el desempeño del algoritmo, tomando como base el problema de corte bidimensional tipo guillotina, usando diferentes soluciones de inicio para observar el efecto sobre la incumbente encontrada después de varias iteraciones. Tradicionalmente la configuración inicial puede ser generada aleatoriamente, pero hay muchas otras alternativas, aquí se plantea una estrategia de inicialización utilizando un algoritmo constructivo.

Keywords: Initial solutions, metaheuristics, Taboo Search, Two dimensional cut problem.

1. INTRODUCCION

El proceso de solución de problemas típicamente implica las fases de modelar, simular y optimizar. El modelamiento matemático de un problema de la vida real es a menudo complejo, y la función objetivo planteada puede ser no convexa y tener

varios mínimos locales. Los métodos globales de optimización son necesarios para prevenir el estancamiento a un mínimo local [6]. En los años recientes se ha manifestado un creciente interés en métodos que permitan solucionar este tipo de problemas [3] y [4].

Los algoritmos de optimización combinatorial son considerados como eficientes métodos de optimización global [3]. Un factor importante en la implementación de un algoritmo de solución lo constituye un adecuado punto de inicio.

Las configuraciones iniciales se pueden obtener de diversas formas entre ellas: generación aleatoria, o a través de algoritmos constructivos que utilicen factores de sensibilidad o cierta lógica heurística. Los problemas matemáticos pueden ser clasificados según el grado de complejidad. El primer grupo está conformado por casos de baja complejidad matemática, en estos el espacio de solución puede ser enumerado explícitamente y ser resueltos usando métodos exactos en tiempos de computo aceptables; por lo tanto la configuración inicial no presenta efecto en la calidad de la solución final, sólo incide en el número de iteraciones que se requieren para el óptimo global.

El segundo grupo lo constituyen casos de mediana complejidad matemática, para estos el número de posibles alternativas crece ostensiblemente, sin embargo, pueden ser solucionados en tiempos computacionales aceptables usando un buen algoritmo exacto de programación matemática. En este la solución inicial incide en el número de iteraciones para la convergencia del algoritmo.

El tercer grupo está conformado por casos de alta complejidad matemática, en este grupo están incluidos muchos de los problemas reales de ingeniería. Entre estos se encuentran algunos casos del problema de corte bidimensional, en los que el espacio de solución crece de forma exponencial, siendo catalogados como problemas NP-completo, donde la solución final depende de la calidad de la solución inicial.

El interés de este trabajo es observar el efecto de la solución de inicio sobre la respuesta final. Para desarrollar esta idea se trabajará el problema específico de corte bidimensional tipo guillotina resuelto mediante la metaheurística de Búsqueda Tabú (BT) utilizando diferentes soluciones de inicio para casos de prueba extraídos de [1] y [8].

La estructura de este documento es: en la siguiente sección se muestra un resumen sobre las técnicas de solución, en la sección 3 se expone la esencia del algoritmo de búsqueda Tabú, en la sección 4 se presenta el problema bajo el que se realizó el estudio, en la sección 5 se explica la implementación de la técnica Búsqueda Tabú a la solución del problema, en la sección 6 se describen

algunas heurísticas utilizadas en la solución del problema de corte bidimensional, en la sección 7 se comentan los resultados obtenidos usando casos de prueba de la literatura especializada y finalmente se presenta una sección con conclusiones y recomendaciones.

2. TÉCNICAS DE SOLUCIÓN

Las técnicas de solución para problemas prácticos de optimización combinatorial se pueden clasificar en métodos exactos y aproximados. Vendramini [10] resume los métodos de solución de los problemas clásicos de optimización combinatorial en un organigrama que se presenta en la figura 1.

Los métodos de solución pueden ser dependientes del problema o independientes del mismo. Las primeras, conocidas como heurísticas, son válidas únicamente para el problema particular para el que han sido diseñadas, mientras que las segundas, las llamadas metaheurísticas, pueden aplicarse a cualquier problema.

El desarrollo de metaheurísticas, junto al avance de las tecnologías de información que proveen de computadores cada vez más rápidos, han permitido a investigadores y profesionales de la industria resolver problemas combinatorios complejos y de gran escala. En general, estas metaheurísticas toman inicialmente una solución, la cual es luego mejorada usando heurísticas de mejoramiento embebidas en una estructura más general, por ejemplo: Simulated Annealing (SA), Algoritmos Genéticos (AG), Búsqueda Tabú (BT). La característica común de estos enfoques es el uso de mecanismos para evadir óptimos locales [7].

La teoría matemática de los algoritmos combinatoriales afirma que independientemente de la solución inicial, generalmente hallada aleatoriamente, siempre se obtiene la solución óptima global, premisa que ha sido adoptada por la mayoría de los investigadores en sus desarrollos.

En la aplicación de algoritmos de búsqueda combinatorial, es primordial que exista la suficiente diversidad para asegurar que se parte de distintas regiones en las que se puede encontrar el óptimo. Cuando se usa un inicializador se deja actuar en el problema a través del mismo método colocando la solución inicial en una región atractiva garantizándole que en ella va a encontrar subóptimos de buena calidad y eventualmente uno de ellos puede ser el óptimo global.

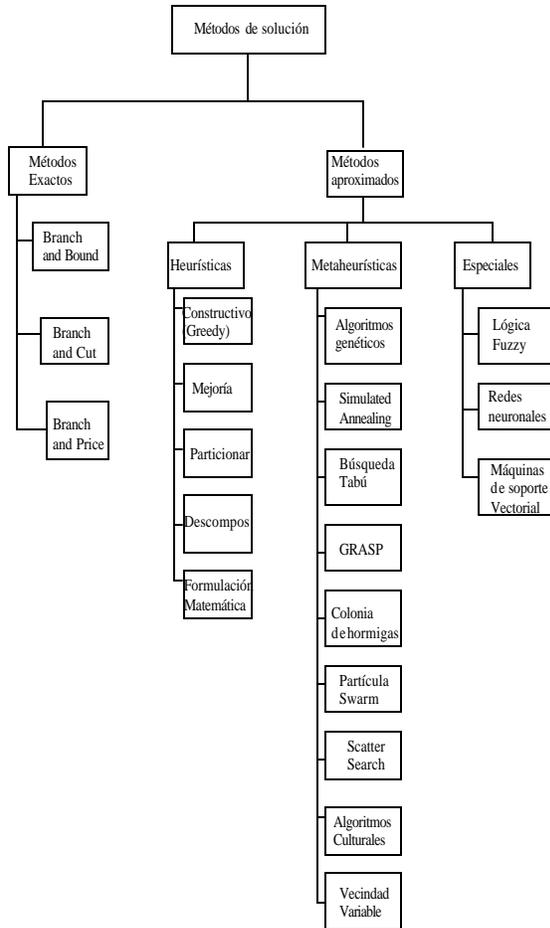


Fig. 1: Clasificación de los métodos de solución.

Se comprueba que un inicializador es bueno si al usar la metodología de búsqueda se encuentran finalmente soluciones de muy buena calidad, en virtud de la región donde se localice la solución inicial aunque aparentemente no sea tan buena. Por esto son importantes los inicializadores para la metodología de optimización, usados en conjunto con las técnicas metaheurísticas.

3. BÚSQUEDA TABÚ

Búsqueda Tabú (BT) es un procedimiento metaheurístico, perteneciente a la familia de los métodos de optimización combinatorial, inventado por Fred Glover en la década de los 80 basado en conceptos que pertenecen al dominio de la inteligencia artificial y que incorpora los conceptos de memoria adaptativa y exploración sensible con el fin que durante el proceso de búsqueda se evite parar en óptimos locales y entrar en un ciclo repetitivo. El método resuelve problemas de la forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } f(x) & \quad (1) \\ \text{s.a. } x \in X \end{aligned}$$

Donde f es una función, en general, no lineal y el conjunto de restricciones X también puede ser no lineal. Las variables x involucradas en el problema pueden ser continuas, enteras o mixtas, aunque tradicionalmente la técnica es utilizada para variables enteras en donde la explosión combinatorial y la imposibilidad de utilizar teoremas matemáticos basados en la continuidad de las funciones muestran la potencialidad del método.

3.1 Descripción del algoritmo

El algoritmo de BT básico involucra los siguientes elementos:

Configuración Inicial. Una configuración es el conjunto de variables del problema dispuesto en un arreglo (vector o matriz). La configuración inicial puede ser generada de manera aleatoria o puede ser obtenida utilizando un algoritmo constructivo que utilice factores de sensibilidad o cierta lógica heurística.

Generación del vecindario. Un vecino de una configuración X es una configuración X_0 obtenida a partir de X por medio de una transición simple. En la mayoría de los casos el vecindario $N(X)$ puede ser muy grande lo que implica un elevado esfuerzo de cómputo en el proceso de búsqueda. Debido a esto, se requiere reducir el número de vecinos a $N_1(X)$, redefiniendo las reglas de construcción del vecindario. Esta etapa es fundamental en el proceso ya que de ella depende, en gran parte, el éxito de la búsqueda.

Implementación de listas tabú. Dependiendo del tipo y complejidad del problema, se utiliza una o varias listas tabú. El tamaño de la lista puede variar a lo largo del proceso, teniendo en cuenta que no todas las configuraciones vecinas deben ser almacenadas sino las más atractivas en cuanto al valor de su función objetivo. La razón es la de reducir el esfuerzo computacional y la eficiencia del proceso.

Selección del mejor vecino. Una vez que el vecindario es definido, cada vecino es evaluado para determinar el valor de su función objetivo y verificar si cumple o no con las restricciones planteadas, de esta manera se determina la factibilidad de la configuración vecina.

Duración Tabú. Por el término tabú se entiende prohibición, por consiguiente, la duración tabú indica que un atributo no puede cambiar de estado durante un número de iteraciones determinado. La definición del valor de la duración tabú es importante para evitar que el proceso quede atrapado en óptimos locales de baja calidad.

Criterio de Aspiración. Al igual que las costumbres sociales pueden cambiar con el tiempo, las soluciones tabú pueden dejar de serlo sobre la base de una memoria cambiante, debe existir una forma de “olvido estratégico” es decir, que una solución o atributo pueda salir de la lista antes de que se cumpla la duración tabú. Esto se implementa a través del *criterio de aspiración*, el cual, permite que un movimiento sea admisible aunque esté clasificado como tabú.

Actualización de la estructura tabú. El proceso de búsqueda tabú requiere de una estructura tabú que tiene la misma codificación de la configuración X y que almacena la información de los atributos del vector X que han cambiado o que han permanecido sin cambio alguno. Esta información se almacena en las memorias de corto y largo plazo, las cuales pueden tener un criterio de almacenamiento fijo o variable a lo largo del proceso dependiendo del comportamiento de la búsqueda. Esto es lo que constituye la memoria adaptativa.

Memoria de corto plazo. La memoria de corto plazo usa básicamente la información de atributos de configuraciones que han cambiado recientemente. Esta información es conocida como memoria basada en hechos recientes. La idea básica de este tipo de memoria es evitar volver a configuraciones ya visitadas, penalizando la búsqueda para evitar el ciclaje.

En la figura 2 se presenta un esquema de funcionamiento del algoritmo.

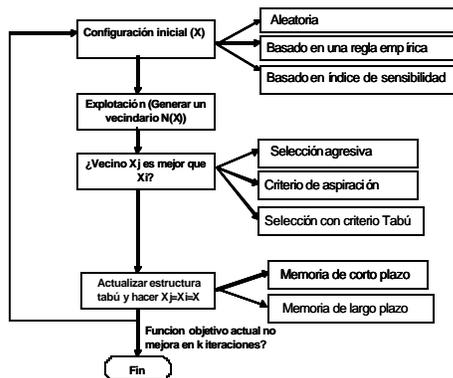


Fig. 2: Algoritmo de búsqueda Tabú.

4. PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL TIPO GUILLOTINA

Se tiene un tablero de dimensiones (W,L) y (w_i, l_i) pares ordenados que identifican la pieza i a cortar respectivamente. Sean además x_i la cantidad máxima demandada de cada una de las piezas y se denota con n el número total de piezas demandadas. La formulación del problema se describe con las siguientes ecuaciones:

$$\text{Min } WL - \sum w_i l_i x_i \quad (2)$$

s.a

$$1 \leq i \leq n \quad (3)$$

$$x_i \text{ entero}, \in i \quad (4)$$

$$\text{Cortes factibles} \quad (5)$$

Se entiende como cortes factibles aquellos que entregan una configuración tipo guillotina. El objetivo al resolver el problema es encontrar una configuración que minimice los desperdicios de material o área sin utilizar garantizando que las piezas elegidas estén contenidas en el tablero. En la figura 3 se muestra un tablero al que se le ha dispuesto un patrón tipo guillotina, donde el área subrayada corresponde al material sin utilizar.

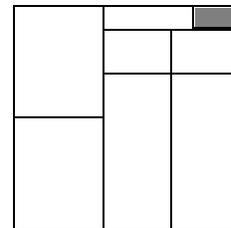


Fig. 3: Corte tipo guillotina.

5. IMPLEMENTACIÓN DE BT AL PROBLEMA DE EMPAQUETAMIENTO BIDIMENSIONAL

En [9] se explica la codificación de árbol propuesta para garantizar que las soluciones obtenidas sean de tipo guillotina, adicionalmente en ese trabajo se presentan los seis criterios de vecindad definidos. Entre los criterios mencionados están:

Vecino 2: Si la configuración es factible y presenta clusters con desperdicios individuales, buscar e insertar piezas con áreas menores o iguales a los desperdicios de los clusters que los presenten. En la figura 4 las áreas sombreadas representan desperdicios individuales.

Vecino 3: Si la configuración es factible y presenta clusters con desperdicios individuales, intercambiar piezas de la configuración actual con las aún disponibles, procurando disminuir el desperdicio de los clusters que los presenten (opcional: sin alterar las dimensiones de los mismos). En la figura 5 se ilustra este criterio.

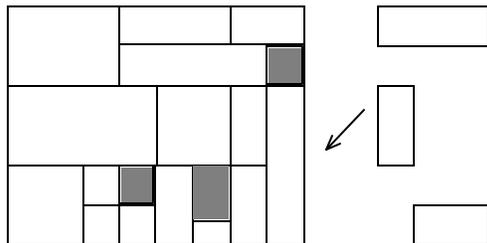


Fig. 4. Segundo criterio de vecindad

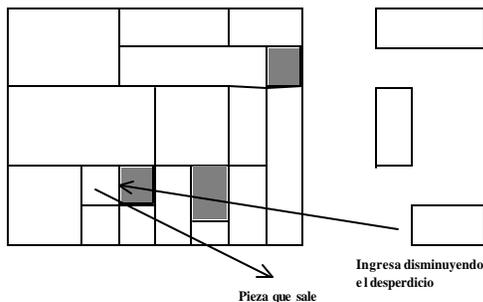


Fig. 5: Tercer criterio de vecindad

6. TÉCNICAS DE INICIALIZACIÓN

Se pueden distinguir los siguientes métodos que han sido empleados en la solución del problema:

- El procedimiento más empleado para colocar las piezas es el algoritmo *Bottom-left* (BL). A partir de un orden de las piezas a cortar, el algoritmo consiste en colocar cada pieza en el tablero lo más abajo posible y una vez hecho esto mover la pieza todo lo que pueda hacia la izquierda. Al aplicar este método pueden quedar áreas no aprovechables (desperdicios). Figura 6
- Una modificación de la estrategia anterior que intenta aprovechar las áreas no aprovechables es la estrategia *Bottom-left-fill* (BLF). Este procedimiento antes de colocar una pieza según la estrategia BL comprueba si se puede colocar en alguna de las áreas no aprovechables que se han generado hasta el momento. Figura 6

- Otro método utilizado en la literatura para construir una solución a partir de un orden de las piezas, es el mecanismo *Difference Process* (DP) de Lai y Chan [5]. La estrategia *Difference Process* (DP) intenta colocar cada pieza en la esquina posible del resto del diseño más cercana a la esquina inferior izquierda del tablero. Para medir cuál es la posición se emplea la distancia euclídea. Al igual que con el método anterior existen patrones que no puede alcanzarse con esta estrategia.

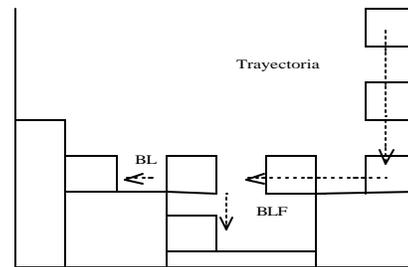


Fig. 6: Estrategia BL Y BLF

Todos ellos son constructivos que entregan soluciones del tipo no guillotina, razón por la cual es necesario implementar alguna estrategia que permita adaptar la heurística el tipo de corte.

6.1 BL modificado para corte guillotina

1. Se ordenan las piezas de acuerdo a sus alturas en orden descendente.
2. Se ubica la pieza más alta en la parte inferior izquierda, en las coordenadas de origen (0,0), teniendo en cuenta que la altura de esta pieza debe ser menor ó igual que la altura del tablero. El ancho de la pieza insertada indica la primera coordenada guía en el eje X.
3. La siguiente pieza se elige como la más alta entre las que no hacen parte aún de la configuración actual; el ancho de esta pieza es evaluado y si sumado a la coordenada guía en el eje X el valor obtenido es menor que el ancho del tablero, se posiciona al lado derecho de la última pieza insertada en las coordenada guías en los ejes X e Y. Este procedimiento se repite hasta ubicar la mayor cantidad de piezas permitidas por el ancho del tablero, conformando así el nivel actual. La nueva coordenada guía en el eje X es la acumulación de los anchos de las piezas del presente nivel.

4. A continuación se evalúa la diferencia de alturas de piezas consecutivas, con el fin de identificar espacios donde se pueden encajar piezas respetando el límite superior impuesto por la pieza más alta del nivel actual.
5. Cuando ya no es posible ubicar más piezas en un nivel el proceso descrito anteriormente es iniciado de nuevo a partir del paso 3. La nueva coordenada guía en el eje Y es la acumulación de alturas de las piezas más altas de los niveles anteriores y la nueva coordenada guía en el eje X es 0.
6. El proceso para cuando no es posible ubicar más piezas sin sobrepasar la altura del tablero.

Una implementación del BL modificado para dos niveles es mostrada en la figura 7.

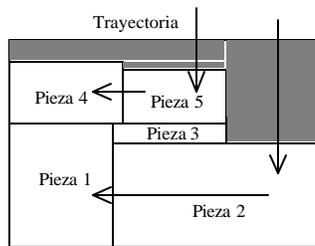


Fig. 7: Botton Left para corte guillotina

Algunas otras ideas que se plantean en la literatura es ordenar las piezas de mayor a menor de acuerdo al área que ocupan e irlas ubicando en el tablero con base en una matriz de distancias que se forma para determinar cuál es la pieza que se puede ubicar contigua de forma que esa dupla obtenga el menor desperdicio como se plantea en [10] hasta ubicar todas las piezas posibles, y siempre garantizando la factibilidad de la configuración.

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La función objetivo se calcula con base en el total de área utilizada, la calidad de las soluciones corresponde al porcentaje utilizado del material disponible. Los Casos 1 y 2 aparecen en [8]. Los casos 3 y 4 corresponden a los casos 1 y 3 de la referencia [1]. En la tabla 1 aparecen las generalidades de los casos y en la tabla 2 se muestran los resultados obtenidos desde diferentes configuraciones de inicio.

Tabla 1. Datos de los casos de prueba

Caso	Número piezas	Tipos de piezas	Dimensiones Tablero(L*A)
1	36	6	24*38
2	40	10	10*10
3	106	20	2002*1001
4	107	20	2275*1191

Tabla 2. Resultados de los casos

Caso	Estrategia de inicio	Calidad Solución Inicio (%)	Calidad Solución Fin (%)	Número Iter.
1	aleatoria	62.00	100	500
1	aleatoria	69.19	100	500
1	BL mod	95.39	100	500
2	aleatoria	22	92	500
2	aleatoria	31	96	500
2	aleatoria	78	88	500
2	BL mod	92	96	500
3	aleatoria	48.94	79.78	5000
3	aleatoria	75.66	88.44	5000
3	BL mod	96.87	98.93	5000
4	aleatoria	52.06	78.59	5000
4	aleatoria	74.16	79.49	5000
4	BL mod	93.57	98.34	5000

Los casos 1 y 2 pueden ser considerados de baja complejidad matemática y los casos 3 y 4 de alta complejidad matemática

En las figuras 8 y 9 se muestran las soluciones de inicio y final del caso 4 utilizando como estrategia de inicio el BL modificado.

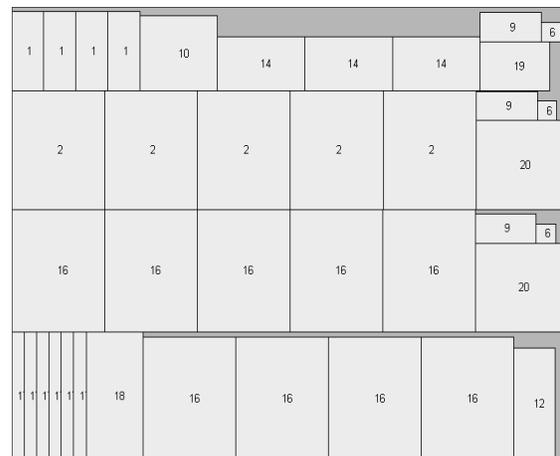


Fig. 8: Configuración inicial caso 4.

Aplicando un algoritmo constructivo como el BL modificado para el problema de corte bidimensional tipo guillotina, se obtienen en promedio soluciones iniciales con porcentaje de utilización de un 94%. Para los casos 3 y 4 las

mejores soluciones se encuentran cuando es utilizado el algoritmo BL modificado como inicializador. La solución de inicio definitivamente no incide en la calidad de la respuesta final para casos de baja complejidad matemática.

8. CONCLUSIONES

Fueron estudiados algoritmos de inicialización para el problema de corte bidimensional tipo guillotina y se usó el algoritmo de Búsqueda Tabú para solucionarlo.

2	2	2	2	2	14			
2	2	2	2	2	14			
2	2	2	2	2	14			
2	2	2	2	2	14			
2	2	2	2	2	6	6	6	
8	8	8	8	16	16	16	16	16
20	20	20	7	7	7	7	7	7

Fig. 9: Configuración final caso 4.

Para las técnicas metaheurísticas, en la literatura especializada se establece que el óptimo global es obtenido independientemente de la solución inicial. En la práctica se ha observado que esta afirmación podrá ser válida en problemas de baja y mediana complejidad matemática. Por el contrario, para problemas de gran tamaño y alta complejidad matemática la solución inicial influye en la calidad de la solución final.

Por la observación hecha durante el desarrollo del algoritmo se constató la complejidad matemática del problema de corte bidimensional. En la implementación se verificó que soluciones iniciales aleatorias presentaban soluciones finales pobres

La metodología de BL modificado es una adecuada técnica de inicialización, para el problema de corte bidimensional tipo guillotina, fácil de implementar y de bajo consumo computacional.

Para trabajos futuros se recomienda analizar el comportamiento de otros algoritmos combinatoriales con diferentes tipos de inicializadores.

REFERENCIAS

- [1]. CUI Y. An exact algorithm for generating homogenous T-shape cutting patterns. *Computers & Operations Research*. 2007, 34(4): 1107-1120. Disponible en Internet en : <http://www.gxnu.edu.cn/Personal/ydcai/English/Paper.htm>
- [2]. DA SILVA R. Uma Abordagem para o Problema de Corte Guillotinado Bi-dimensional para Peças Regulares com a Utilização de P-Medias e Pesquisa Tabu. Monografía, Universidade de Do Vale Do Rio Dos Sinos Centro De Ciências Exatas E Tecnológicas. 2004.
- [3]. FLOUDAS, C. A., PARDALOS, P. M. (eds.): *Recent Advances in Global Optimization*. Princeton University Press, Princeton, NJ (1992)
- [4]. HORST, R., PARDALOS, P. M. (eds.): *Handbook of Global Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1995)
- [5]. LAI, K. K. Y CHAN, J. W. M (1997). A evolutionary algorithm for the rectangular cutting stock problem. *International Journal of Industrial Engineering*, 4:130-139.
- [6]. MAAREN, H: MIETTINEN K, PENTINEN, A. On initial populations of a genetic algorithm for continuous optimization problems. *J Glob Optim* (2007) 37:405–436
- [7]. MORAGA, R. WHITEHOUSE G, Depay G. Metaraps: Un enfoque de solución eficaz para problemas combinatorios. *Revista Ingeniería Industrial*. Universidad del Bio-Bio. Concepción, Chile. Año 2 No1. 2003.
- [8]. TORO, E. GRANADA M. Problema de empaquetamiento rectangular bidimensional tipo guillotina resuelto por algoritmos genéticos. *Revista Scientia et Technica*. Universidad Tecnológica de Pereira año XIII, número 35. Agosto 2007.
- [9]. TORO E. RUEDA A., GRANADA M. Equation Chapter 1 Section 1 Algoritmo de Búsqueda Tabú aplicado a la solución del problema de corte bidimensional guillotinado. *Revista Scientia et Technica*. Universidad Tecnológica de Pereira. Universidad Tecnológica de Pereira año XIII, número 37. Diciembre 2007.
- [10]. VENDRAMINI E. Optimización del problema de cargamento de contenedores usando una metaheurística eficiente. Tesis de maestría en Ingeniería Eléctrica. UNESP, Ilha Solteira. Brasil. Febrero 2007.