

**REACTIVE OPTIMUM INJECTION IN DISTRIBUTION POWER SYSTEM USING
TABU SEARCH AND SENSIBILITY ANALISYS****INYECCION OPTIMA DE REACTIVOS EN SISTEMAS DE DISTRIBUCION USANDO
BUSQUEDA TABU Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD****MSc. Juan Carlos Galvis Manso, MSc. Mauricio Granada E., PhD. Ramón A. Gallego****Universidad Tecnológica de Pereira**

Vereda La Julita, Pereira, Risaralda, Colombia

Tel.: 57-6-3137122, Fax: 57-6-3137122

E-mail: juancgalvis@gmail.com, {magra, ragr}@utp.edu.co

Abstract: The reactive power injection in distribution system allows compensating the active power losses, to improve the tensions profile and the network capacity, among other aspects. In this document, a discrete curve of duration load is used for the solution methodology for the capacitors location among a horizon planning. The capacitors problem is nonlinear integer mixed and a combinatorial technique as tabu-search is used for the problem solution.

Abstract: La inyección de reactivos en el sistema de distribución permite compensar las pérdidas de potencia activa, mejorar el perfil de tensiones y mejorar la capacidad de transporte de la red entre otros aspectos. En este documento se describe una metodología para la ubicación de capacitores a lo largo de un horizonte de planeamiento considerando una curva duración de carga discretizada en varios niveles. El problema de condensadores es no lineal entero mixto y una técnica combinatorial como búsqueda tabú se utiliza para la solución del problema

Keywords: Capacitors, Power Distribution Systems, Power flow, load curve, radial topology, tabu-search.

1. INTRODUCCION

El mayor porcentaje de las pérdidas, en los sistemas de energía eléctrica, se presenta en las redes de distribución, por lo cual las estrategias para reducirlas, como la ubicación de capacitores, cobran mayor importancia en sistemas eléctricos de escasos recursos. En Colombia, los sistemas de distribución típicos no disponen de sistemas automatizados que permitan realizar control y supervisión en tiempo real.

Los sistemas de distribución son los menos automatizados y los que mayores problemas presentan en la operación (la mayoría de fallas se presentan a nivel de media y baja tensión).

Entre los problemas más comunes que aparecen en distribución, se encuentran la mala regulación y unas altas pérdidas de energía. Todo esto se traduce en mala calidad del servicio y a un costo elevado.

Las pérdidas en el sistema de distribución se deben a dos causas:

- Pérdidas técnicas
- Pérdidas no técnicas.

Las pérdidas técnicas dependen de las características físicas del sistema (características de las líneas y transformadores, topología, etc.). Las pérdidas no técnicas, dependen del tipo de usuarios que alimenta la empresa (su condición socioeconómica), del estado de los equipos de medición y de la capacidad de gestión de la misma.

La ubicación de condensadores es una de las etapas para la reducción de pérdidas técnicas en el sistema de distribución. Otras metodologías que permiten resolver el problema de pérdidas son: la reconfiguración de alimentadores primarios, el balance de fases y el dimensionamiento óptimo de líneas y transformadores.

En este trabajo se consideran dos alternativas básicas: la ubicación de condensadores fijos y la ubicación de condensadores variables.

En la ubicación de condensadores fijos, éstos se dimensionan teniendo en cuenta todos los niveles de carga. Sin embargo; una única propuesta es realizada para todos los niveles de carga.

En la ubicación de condensadores variables, se hace el dimensionamiento para cada nivel de carga determinando de esta manera la ubicación óptima y factible del tap del condensador en cada nivel de la curva de demanda.

En este artículo se presenta el planteamiento básico del problema de ubicación de condensadores fijos y variables. Luego se expone la metodología de solución así como algunos ejemplos de prueba. Por último se muestran los resultados obtenidos y las conclusiones.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Definición

El problema de ubicación de condensadores consiste en determinar la localización de las barras en las cuales se deben ubicar bancos de

capacitores, así como la cantidad de reactivos que es necesario inyectar de modo que el sistema opere con un nivel de pérdidas menor y la red mantenga las tensiones nodales dentro de los límites preestablecidos. El problema es planteado bajo el supuesto de que la red es equilibrada y por lo tanto el sistema tiene una representación monofásica equivalente. También se asume que todas las cargas tienen un modelo de potencia constante.

2.2 Justificación

La ubicación de condensadores en el sistema presenta las siguientes ventajas:

- Disminución del nivel de pérdidas en el sistema debido a la disminución de la magnitud de la potencia aparente que transporta la red, la cual es proporcional a la corriente.
- Mejoramiento de la capacidad del sistema al disminuir la cantidad de kVAR que deben ser transportados en líneas y transformadores.
- Mejoramiento del perfil de tensión del sistema.
- Disminución de los costos por consumo de potencia reactiva que deben transportarse desde el sistema de transmisión.

2.3 Descripción

El problema se describe a través del siguiente modelo matemático [Gallego(2001) y (2004)]:

$$\begin{aligned} \min \quad & k_e \sum_{i=0}^{n_t} T_i p_i(x^i) + \sum_{k=1}^{n_c} f(u_k^o) + k_p \cdot p_0 \\ \text{sa.} \quad & G^i(x^i, u^i) = 0; \quad i = 0, 1, \dots, n_t \\ & H^i(x^i) \leq 0; \quad i = 0, 1, \dots, n_t \\ & 0 \leq u_k^i = u_k^o; \quad k \in C_1 \\ & 0 \leq u_k^i \leq u_k^o; \quad k \in C_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Donde:

n_t : número de niveles de carga en que se discretiza la curva de duración de carga.

n_c : número de barras candidatas para la localización de bancos de condensadores.

k_e : costo de la energía en \$/kWh.

k_p : costo de la potencia en \$/kW.

T_i : duración del período de carga i .

p_i : pérdidas en el sistema para el nivel de carga i .

p_o : pérdidas en el sistema para el nivel de carga más elevado.

x_i : variables de estado.

u_i : variables de control.

$H^i(x^i) = 0$ restricciones de operación para el nivel de carga i .

$G^i(x^i, u^i) = 0$ ecuaciones del flujo de carga.

u_k^o : tamaño del condensador instalado en la barra k

C_1 : conjunto de condensador fijos.

C_2 : conjunto de condensador variables

$f(u_k^o)$: función discreta que describe los costos de instalación de bancos de condensadores.

El problema es planteado para un horizonte de planeamiento de un año. Para este período se construye la curva de duración de carga, la cual se discretiza en varios niveles como es descrito en la figura 1.

En cada nivel de carga se debe verificar que la solución propuesta cumpla las restricciones del sistema, es decir que no se excedan los límites de tensión y que la inversión sea justificada. Adicionalmente, la función objetivo considera un costo asociado a las pérdidas para el nivel de carga más alto.

Para efectos prácticos este planteamiento asume, inicialmente, que todas las barras del sistema presentan una curva de duración de carga proporcional a la de la figura 1.

Evidentemente, esta es una aproximación que puede ser corregida dependiendo de la cantidad de información que se tenga del sistema. Por ejemplo, para cada alimentador primario, puede existir una clasificación de curvas de duración de carga de tipo residencial, comercial e industrial o puede existir una clasificación por bloques de usuarios o zonas.

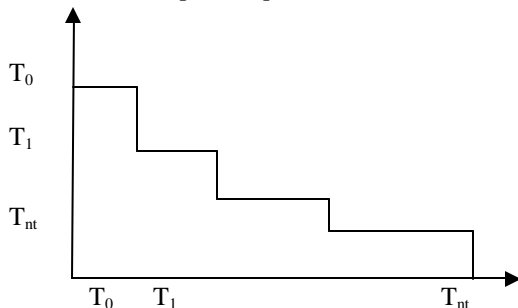


Fig. 1. Curva de duración de carga discretizada

3. METODOLOGIA DE SOLUCION

El problema de localización de condensadores se resuelve en dos etapas; una etapa de inicialización que utiliza índices de sensibilidad para reducir el espacio de búsqueda y agilizar el proceso, y una etapa de búsqueda intensiva que se realiza a través del algoritmo de búsqueda tabú. A continuación se describe cada una de las etapas.

3.1 Etapa I

En esta etapa se seleccionan los nodos candidatos para colocar los condensadores con el fin de disminuir el espacio de solución. Este aspecto es de especial importancia en sistemas grandes, como lo son la mayoría de los sistemas reales. Para la selección de barras candidatas existen varios índices de sensibilidad propuestos en la literatura especializada:

A.- En Gallego (2001) se presenta el siguiente índice:

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_i} = 2a_{ii}Q_i + 2 \sum_{j \neq i}^n (a_{ij}Q_j + b_{ij}P_j) \quad (2)$$

Donde:

$$a_{ji} = r_{ij} \cos(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) / V_i V_j$$

$$b_{ji} = r_{ij} \sin(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) / V_i V_j$$

r_{ij} son elementos de la parte real de la matriz Z_{BUS} . V y θ son la magnitud y el ángulo en cada barra respectivamente.

Este índice mide la variación en las pérdidas de potencia activa en el sistema, frente a un cambio incremental en la potencia reactiva demandada en el nodo i .

B.- Otro índice planteado en Kagan(2000) es:

$$I_{M,k} = \frac{w_v G_v + w_p G_p}{w_v + w_p} \quad (3)$$

Donde:

$I_{M,k}$ es un índice de mérito de la barra k

G_v : ganancia de voltaje.

G_p : ganancia de pérdidas.

w_v y w_p son factores de peso para la ganancia de voltaje y de pérdidas respectivamente.

G_v , G_p son factores de sensibilidad que miden la variación de la tensión y las pérdidas cuando es ubicado un condensador en el sistema.

C.- Un índice alternativo presentado en Gallego(2001), permite calcular las pérdidas de manera aproximada a partir de la inyección de potencia reactiva en la barra k . La figura 2 ilustra esta idea.

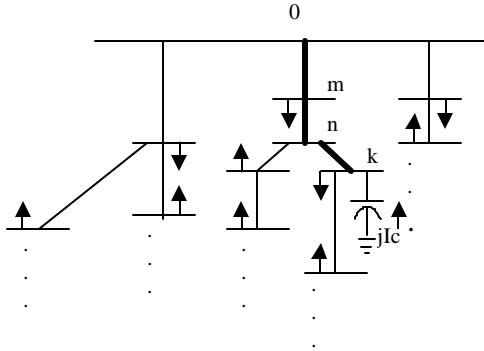


Fig. 2. Cálculo del índice propuesto

La metodología consiste en:

- Actualizar las corrientes a través de las ramas entre la barra k y la referencia.
- Actualizar las pérdidas en estas ramas.
- Clasificar las barras de acuerdo a la reducción de pérdidas calculada.

Mediante un algoritmo constructivo, en cada iteración se hace una lista con los nodos del sistema que tienen asociado el mayor índice de sensibilidad. Esto se ilustra en la figura 3. De acuerdo a lo anterior la barra 33 sería seleccionada para ubicar un condensador de dimensión pre-especificada (no necesariamente tiene que ser un valor disponible en el mercado pues este índice solo es para seleccionar). Si las pérdidas son mejoradas, el cambio es realizado, sino; se selecciona el segundo candidato de la lista y así sucesivamente.

Cuando el cambio es efectuado los índices de sensibilidad son calculados nuevamente y la lista anterior se actualiza. El proceso es repetido hasta que no sea posible mejorar la función objetivo indicada en (1) o hasta inyectar una cantidad de reactivos definida y formar una configuración para la etapa II. Si se desea construir m configuraciones, puede utilizarse el mismo proceso bien sea utilizando el mismo u otro índice pero prohibiendo la utilización de una barra seleccionada en una configuración previa. El diagrama de la figura 4 muestra el algoritmo utilizado para la localización de condensadores en la fase I.

Barra	Índice
33	0.8
18	0.75
·	·
·	·
·	·
2	0.1
5	0.05

Fig. 3. Lista construida en la etapa constructiva

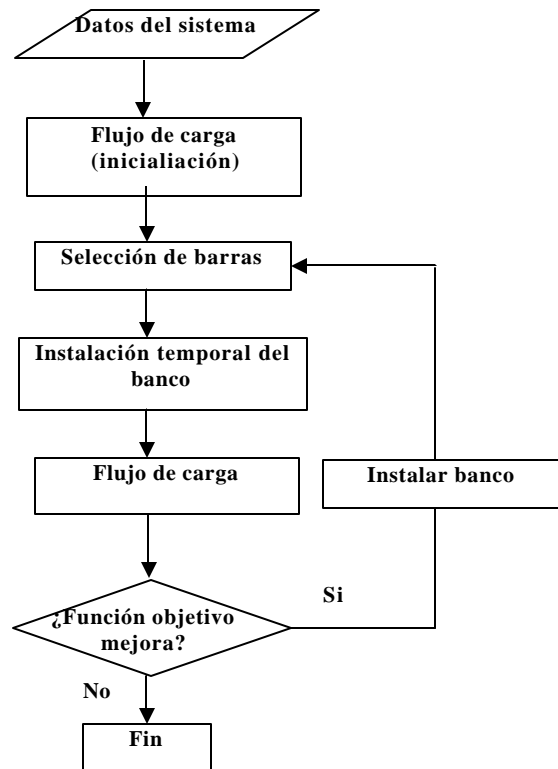


Fig.4. Diagrama de flujos para la fase constructiva utilizando la función objetivo

Otra manera de construir una configuración inicial es utilizando una técnica de razonamiento difuso como la que se presenta en Venkatesh(2004).

La idea es tomar la decisión de localizar o no las barras a través de un conjunto de reglas basadas en la experiencia del operador del sistema. El razonamiento que se utiliza para la decisión es del tipo Mamdani:

Si ANTECEDENTE entonces CONSECUENTE

La base de reglas utilizada para la ubicación de condensadores es descrita en la Tabla 1.

A manera de ejemplo, si al instalar un condensador en un nodo determinado del sistema, el voltaje es bajo y la reducción de pérdidas es alta; entonces el condensador es instalado y se dice que su ajustabilidad es alta, lo cual se nota con la letra A.

Tabla 1: Matriz de decisiones

AND		VOLTAJE				
		BAJO	BAJO NORMAL	NORMAL	ALTO NORMAL	ALTO
ÍNDICE DE REDUCCIÓN DE PÉRDIDAS	BAJO	B-M	B-M	B	B	B
	MEDIO-BAJO	M	B-M	B-M	B	B
	MEDIO	A-M	M	B-M	B	B
	MEDIO-ALTO	A-M	A-M	M	B-M	B
	ALTO	A	A-M	M	B-M	B-M

3.2 Algoritmo de Búsqueda Tabú (Etapa II)

A.- Definición

Búsqueda tabú Glover(2001)0 es una técnica combinatorial que proviene de la inteligencia artificial y está basada en una estructura de memoria adaptativa que le permite explorar el espacio de soluciones de manera eficiente a través de la estructura de vecindad. La figura 5 ilustra el concepto anterior.

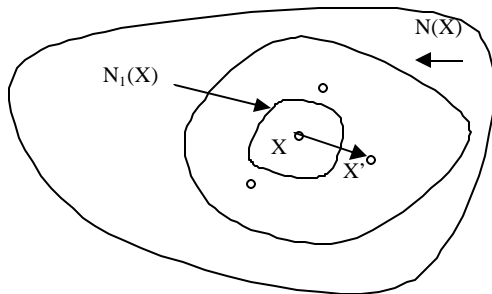


Fig. 5. Ejemplo de vecindad en el espacio de solución

Donde:

- X: Configuración actual.
- X': Configuración vecina.
- N(X): Conjunto de vecinos posibles.
- N₁(X): Vecindario reducido.

B.- Descripción

El algoritmo de búsqueda tabú básico involucra los siguientes elementos:

C.- Configuración inicial

Una configuración es el conjunto de variables enteras del problema dispuesto en un arreglo (vector o matriz). La configuración inicial puede ser generada de manera aleatoria o puede ser obtenida utilizando un algoritmo constructivo que utilice factores de sensibilidad o cierta lógica heurística.

D.- Generación del vecindario

Un vecino de una configuración X es una configuración X' obtenida a partir de X.

En la mayoría de los casos el vecindario N(X) puede ser muy grande lo que implica un elevado esfuerzo de cómputo en el proceso de búsqueda. Debido a esto, se requiere reducir el número de vecinos a N₁(X), redefiniendo las reglas de construcción del vecindario. Esta etapa es fundamental en el proceso ya que de ella depende, en gran parte, el éxito de la búsqueda.

E.- Selección del mejor vecino

Una vez que el vecindario es definido, cada vecino es evaluado para determinar el valor de su función objetivo y verificar si cumple o no con las restricciones planteadas; de esta manera se determina la factibilidad de la configuración vecina.

Los vecinos son clasificados en una lista de acuerdo al valor de la función objetivo y el proceso selecciona el mejor candidato. El primer candidato de la lista (de mejor función objetivo) es seleccionado si él no es tabú (prohibido) y si es factible, de lo contrario se busca entre los siguientes vecinos. Este modo de selección es denominado *búsqueda agresiva*

Puesto que en cada iteración del proceso es almacenada la mejor solución (*incumbente*) es posible que en una iteración dada el mejor candidato de la lista no tenga una mejor solución que la encontrada hasta el momento; en este caso, se debe seleccionar aquel que menos empeore la función objetivo y que no sea prohibido. Esta estrategia evita que el algoritmo sea atrapado por óptimos locales.

F.- Actualización de la estructura tabú

El proceso de búsqueda tabú requiere de una estructura tabú que tiene la misma codificación de la configuración X y que almacena la información

de los atributos del vector X que han cambiado o que han permanecido sin cambio alguno. Por ejemplo, los elementos del vector X que han cambiado en las últimas iteraciones son clasificados como prohibidos o *tabú* durante un número determinado de iteraciones. Este número es almacenado en la memoria de corto plazo y es conocido como *Status Tabu*. Varias posiciones de la configuración X pueden estar prohibidas y el *Status Tabu* puede o no ser variable a lo largo del proceso. Esto es conocido como proceso de memoria adaptativa y es una característica que aparte de prevenir el ciclaje permite que el proceso de búsqueda sea inteligente.

Un vecino que sea generado a partir de una posición prohibida no puede ser seleccionado de la lista de candidatos a no ser que su función objetivo sea mejor que la incumbente encontrada hasta el momento durante el proceso. Esto es denominado *criterio de aspiración*. Este criterio compensa, en parte, el hecho de que al establecer posiciones tabú se reduce el espacio de búsqueda y pueden ser ignoradas configuraciones de buena calidad.

Finalmente cuando el mejor vecino es seleccionado, la posición de la configuración X a partir de la cual fue generado se debe prohibir durante k iteraciones y los sitios que están prohibidos deben disminuir su estado tabú en una iteración. Esto corresponde al proceso de actualización de la estructura tabú.

Cuando se utiliza memoria de largo plazo, existe otro vector que almacena información histórica de los atributos de X que han cambiado cierto número de veces (memoria de largo plazo por *transición*) o que han permanecido inalterados (memoria de largo plazo por *permanencia*). Esta estrategia permite, que en determinada etapa del proceso, el algoritmo explore nuevas regiones, proporcionando mayor diversidad en la búsqueda.

4. IMPLEMENTACION

Utilizando un algoritmo de búsqueda tabú básico y a partir de las configuraciones generadas en la etapa previa se aprovecha la característica de explotación de la técnica combinatorial para mejorar las soluciones encontradas en la etapa I.

Una configuración codificada para el proceso de búsqueda tabú se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2: Configuración inicial codificada

Barra	33	18	14	21	4	2	69
Nivel 1	5	7	2	0	4	1	1
Nivel 2	2	0	0	0	3	0	0
...
Nivel nt	0	5	1		2	0	1

En la codificación anterior la barra 4, por ejemplo, tiene cuatro unidades de reactivos en el nivel de demanda 1, 3 unidades en el nivel 2 y 2 unidades en el nivel **nt**. Multiplicando las unidades de reactivos por la dimensión del condensador especificado se obtiene los valores reales de potencia reactiva inyectada en cada barra.

Para el caso de condensadores fijos, la cantidad de reactivos es igual para todos los niveles, por lo tanto la configuración de la tabla 2 se reduce a dos filas (una para las barras seleccionadas y otra para el nivel de reactivos en cada barra). Un vecino para este tipo de configuración se puede generar insertando o retirando un condensador a la vez en cada nodo, esto equivale a aumentar o disminuir en una unidad un elemento de la fila del nivel de reactivos.

Para el caso de condensadores variables, el espacio de búsqueda es mayor. Por ejemplo, aumentar una unidad de reactivos en la barra 18, puede implicar aumentar en una unidad todos los elementos de dicha columna (como el caso de condensadores fijos) o aumentar e incluso disminuir sólo para algunos niveles de demanda. En este trabajo se asume que ningún nivel de demanda puede tener mayor cantidad de reactivos que el nivel de demanda máxima, esto porque todas las curvas de demanda se asumieron proporcionales.

Para hacer más inteligente y rápido el proceso, se realiza una estructura de vecindad conformada por los mejores candidatos de acuerdo a los factores de sensibilidad expuestos previamente. Las etapas del algoritmo básico de búsqueda tabú se muestran en la figura 6 y son aplicadas a cada configuración propuesta en la etapa I.

En la figura 6, un vecino X_j es mejor que X_i si es el de mejor función objetivo en la lista de vecinos disponible y no es tabú, o si aún siendo tabú presenta la mejor incumbente (*criterio de aspiración*). De lo contrario se debe seleccionar un vecino que no sea tabú, aún cuando éste presente una función objetivo de menor calidad que la mejor solución encontrada hasta el momento.

La lista tabú es actualizada prohibiendo durante k iteraciones la selección realizada en la iteración actual (*Status Tabú de Recencia*). Si un cambio se realiza más de n veces a lo largo del proceso de optimización, éste es restringido durante k iteraciones (*Status Tabú de Frecuencia*).

El proceso es repetido para todas las configuraciones y así se obtiene un conjunto de soluciones o propuestas de buena calidad, de la cual se selecciona la mejor y, que sea factible físicamente.

5. PRUEBAS REALIZADAS

La metodología se probó sobre los sistemas IEEE de 33 y 69 barras.

5.1 Sistema de Prueba 33 Barras

Los datos del sistema se pueden encontrar en Venkatesh(2004)0. Se debe aclarar que los datos de potencia demandada están asociados al nodo de recibo.

Se asume un límite máximo de 1500 kVAr por nodo, considerando instalación de bancos de 300 kVAr. Se considera un vector de duración de carga discretizado en 3 períodos, $T_0 = 1000$, $T_1 = 6760$ y $T_2 = 1000$ horas. Los niveles de carga son $S_0 = 1.8$, $S_1 = 1$ y $S_2 = 0.5$ respectivamente; $k_e = 0.06$ US/kWh, $k_p = 0$ US/kW. El costo inicial por infraestructura de instalación de bancos de US\$1000. El costo de instalación de cada banco de 300 kVAr es US\$300. Se considera un horizonte de planeamiento de un año.

Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 3 y 4.

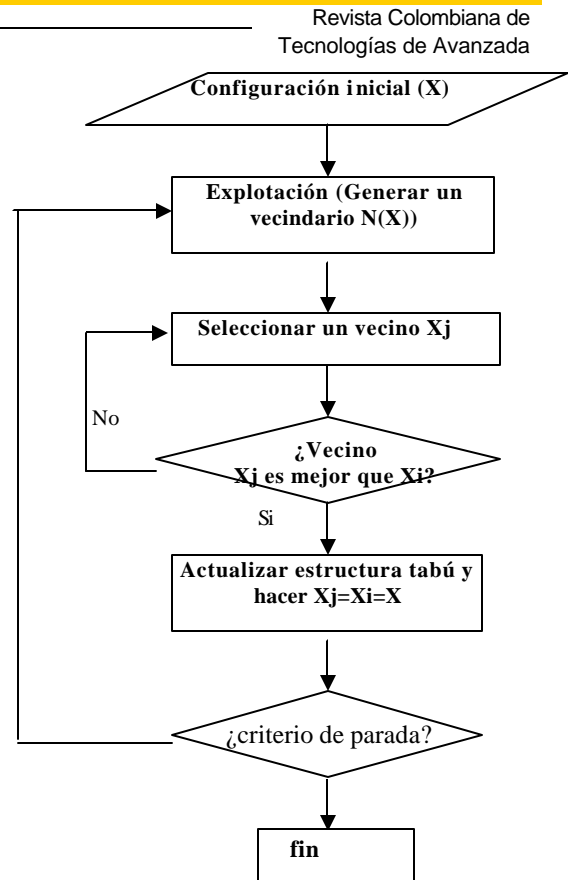


Fig. 6. Proceso de búsqueda tabú

Tabla 3: Condensadores fijos

BARRAS SELECCIONADAS	No. CONDENSADORES
14	1
30	4
Costo en dólares	101146
Ahorro en dólares	32167

Tabla 4: Condensadores variables

BARRAS SELECCIONADAS	NIV_1	NIV_2	NIV_3
30	5	3	1
14	1	1	1
11	1	1	1
Costo en dólares	100541		
Ahorro en dólares	35772		

El costo inicial del sistema sin condensadores es US \$ 136313

5.2 Sistema de Prueba 69 Barras

Los datos del sistema se pueden encontrar en Baran(1989). Los datos de entrada para la ubicación óptima de condensadores son los mismos utilizados para el sistema de 33 barras.

Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 5 y 6.

Tabla 5: Condensadores fijos

BARRAS SELECCIONADAS	No. CONDENSADORES
50	4
16	1
Costo en dólares	105680
Ahorro en dólares	41016

Tabla 6: Condensadores variables

BARRAS SELECCIONADAS	NIV_1	NIV_2	NIV_3
53	1	1	1
50	5	3	2
16	1	1	1
Costo en dólares	104503		
Ahorro en dólares	41893		

El costo inicial del sistema sin condensadores es: US \$ 146.396.

6. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran que la metodología utilizada reduce los costos de operación del sistema de distribución durante un período de planeamiento. Este método, naturalmente, depende de la información de entrada y es responsabilidad de la empresa distribuidora garantizar que la información utilizada sea actualizada y compatible con la realidad.

La fase de inicialización propuesta permite que el método pueda realizar una búsqueda eficiente al excluir del espacio de búsqueda aquellas barras que no representan ningún impacto significativo en la disminución de pérdidas del sistema.

Las características del algoritmo de búsqueda tabú garantizan que se encuentren soluciones de buena calidad para el conjunto de barras seleccionadas por la fase I.

REFERENCIAS

Gallego, R. A, Romero R. And Monticelli. (2001). Optimal Capacitor Placement in Radial Distribution Network. IEEE Transaction On Power System Vol 16. No. 4.

Gallego, Ramón A, Escobar A, Rodas Darío (2004). Algoritmo Genético Especializado Para La Localización Óptima De Capacitores En Sistemas De Distribución De Energía Eléctrica. Scientia et Técnica. Año X. No. 25. Agosto 2004.

N. Kagan, C. C. B. De Oliveira, A. (2000) Méffe. Alocação de Bancos de Capacitores e reguladores de tensão em redes de distribuição. University of São Paulo. Brazil. Department of Electrical Engineering.

B. Venkatesh, Rakesh Ranjan, H. B. Goñi (2004). Optimal Reconfigurations of Radial Distribution System to Maximize Loadability. IEEE Transactions on Power Systems. Vol 19. No. 1.

Glover Fred, Melián Belén (2001). Tabu Search. University of Colorado Boulder, CO 80309-0419, USA Departamento de Estadística, I.O. y Computación. Centro Superior de Informática. Universidad de La Laguna.

H. N. Ng, M. M. A. Salama, A. Y. Chikhani (2000). Capacitor Allocation by Approximate Reasoning: Fuzzy Capacitor Placement. IEEE Transactions on Power Delivery. Vol 15. No. 1.

Gönen Turan (1987). Electric Power Distribution System Engineering. McGraw Gill Editions. 739 p.

Chang, N. E.(1969) Locating Shunt Capacitor on Primary Feeder for Voltaje Control and Loss Reduction". IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems. Vol PAS 88. No. 10. pp 1574-1577.

Baran, Mesut E, Wu, Felix F (1989). Optimal Capacitor Placement on Radial Distribution System. IEEE Transaction on Power Delivery. Vol 4, No. 1. pp 725-734.

A. A El Kib, J. J Grainger, K. N Clinard. (1985) Placement of Fixed and/or Non-Simultaneously Switched Capacitors on Unbalanced Three-Phase Feeders Involving Laterals. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 11, pp 3298-3305.

H. D Chiang, J. C Wang, O. Cockings and H. D Shin (1990). Optimal Capacitor Placement in Distribution System: Solution Algorithms and Numerical Results. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol5, No. 2. pp 643-649