

PREDICTIVE FUNCTIONAL CONTROL OF A PARALLEL ROBOT
CONTROL PREDICTIVO FUNCIONAL DE UN ROBOT PARALELO

Oscar Andrés Vivas Albán

Universidad del Cauca, Popayán, Colombia.
Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control
Tel.: (+57) 2-8209800 Ext. 2122
E-mail: avivas@unicauca.edu.co

Abstract: This paper presents an efficient application of a model reference control on a parallel robot. This type of robots has as main advantage its precision and great movement speeds. The control method applied is a Predictive Functional Control which uses a robot's simplified dynamic model. Three control strategies were compared, with similar setpoints to those used in manufacture process.

Resumen: Este artículo presenta una aplicación eficiente de un control por modelo de referencia sobre un robot paralelo. Dicho tipo de robots tienen como ventaja principal su precisión y gran velocidad de movimiento. El control utilizado es un control predictivo funcional el cual hace uso de un modelo dinámico simplificado del robot. Se comparan tres estrategias de control, con consignas similares a las utilizadas en procesos de fabricación.

Keywords: Predictive Functional Control, Parallel Robotics, Computed Torque Control.

1. INTRODUCCION

La robótica paralela nació a finales de los años cincuenta con un mecanismo inventado por Gough [1] para la prueba de neumáticos. Este tipo de arquitectura dio origen a una nueva rama de la robótica, llamada robótica paralela. En este tipo de robots el órgano terminal está unido a la base del mecanismo por medio de varias cadenas cinemáticas. En 1965, Stewart [2] creó un simulador de vuelo basado en el principio de Gough, permitiendo generar tres traslaciones y tres rotaciones gracias a seis articulaciones. Durante dos décadas la robótica paralela no evolucionó hasta que Clavel [3] propuso su famoso robot Delta, relanzando la investigación en este campo. Este robot, que ha tenido una amplia difusión en el medio industrial, posee tres grados de libertad en

traslación, pudiendo alcanzar aceleraciones importantes en comparación con un robot serie. Esta estructura, gracias al hecho de poseer una mayor rigidez y por lo tanto una mayor precisión, es ideal para realizar tareas de ensamblado industrial a gran velocidad. También el llamado "Hexapodo", robot de seis cadenas cinemáticas en paralelo, es ejemplo de otro éxito en la robótica paralela gracias a la enorme cantidad de investigación dedicada a este tipo de estructura [4, 5]. Otras estructuras como el robot Hexa [6] y el HexaM [7] proponen diferentes soluciones para diversas tareas industriales. Para la gran mayoría de aplicaciones de ensamblado industrial, al menos cuatro grados de libertad son necesarios (tres traslaciones para ubicar el objeto y una rotación con el fin de orientarlo a su posición final). Para el robot Delta, esto se logra gracias a la inclusión de una cadena

adicional entre la base y el eje de la plataforma, lo cual no es eficiente desde el punto de vista de un mecanismo paralelo. De otra parte, los seis grados de libertad utilizados por otros tipos de mecanismos paralelos adolecen de una excesiva complejidad y un limitado ángulo de inclinación. Una solución intermedia consiste en un mecanismo de cuatro grados de libertad –robot H4– propuesto en años pasados [8, 9]. La figura 1 muestra una fotografía de este robot.

Esta máquina está basada en 4 cadenas activas independientes entre la base y la plataforma. Cada cadena es accionada por un motor directo fijado en la base y equipado con un sensor de posición incremental. Gracias a su diseño, el dispositivo es capaz de proveer un gran desempeño. Sin embargo, con el fin de alcanzar altas velocidades y aceleraciones en aplicaciones de ensamblado o realizar movimientos de alta precisión, es necesario la implementación de controladores avanzados basados en el modelo de la máquina con el fin de incrementar el desempeño de la misma.

En la década pasada el control por modelo predictivo (MPC: *Model Predictive Control*) se posicionó como una estrategia eficiente para una gran cantidad de procesos [10]. Diferentes trabajos han demostrado que este tipo de técnica provee un gran desempeño en términos de rapidez, rechazo de perturbaciones o errores de modelaje [11, 12]. En este artículo se hace especial énfasis en el control predictivo funcional (PFC: *Predictive Functional Control*) desarrollado por Richalet [13, 14], y en la aplicación de él sobre el robot H4. Recientes contribuciones de esta técnica particular de control pueden encontrarse así mismo en [15, 16].

Básicamente el procedimiento consiste en dos pasos: (i) el proceso se linealiza inicialmente por realimentación; (ii) después, el esquema predictivo se aplica a un modelo lineal representado por un doble conjunto de integradores. Diversos experimentos sobre el robot H4 son llevados a cabo en tareas complejas introduciendo consignas circulares de pequeño diámetro o consignas lineales con cambio de ángulo, así como variaciones de carga para medir la robustez del control aplicado [17]. Las respuestas que provee el control predictivo son comparadas así mismo con las respuestas del control por par calculado (CTC: *Computed Torque Control*, [18]) y del control PID clásico, con el fin de evaluar sus comportamientos respectivos.

El artículo es organizado de la siguiente manera: La sección 2 muestra el modelado geométrico, cinemático y dinámico del robot H4. La sección 3 detalla el control predictivo funcional. La sección 4 introduce la comparación de las estrategias PID, CTC y PFC. Los principales resultados experimentales se muestran en la sección 5 en términos de seguimientos de trayectorias complejas como aquellas que pueden ser encontradas en procesos de fabricación, y en términos de robustez. Finalmente la sección 6 presenta las conclusiones.

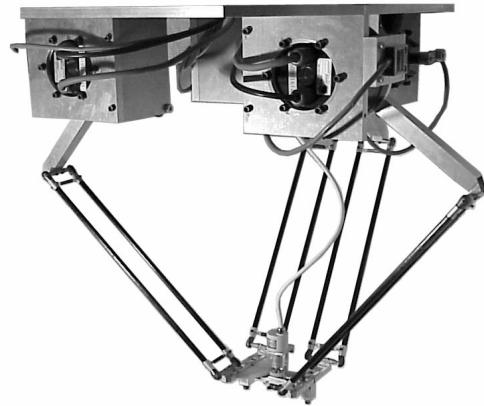


Fig. 1. Robot H4

2. MODELADO DEL ROBOT

2.1 Modelado geométrico y cinemático

La matriz Jacobiana y el modelo geométrico directo son necesarios para el cálculo del modelo dinámico [19]. A continuación se presenta una breve descripción de las relaciones necesarias para obtener esta matriz y este modelo. Los parámetros de diseño del robot se muestran en la figura 2, donde las siguientes variables fueron escogidas:

$$a_1 = 0; a_2 = p; a_3 = 3p/2; a_4 = 3p/2$$

$$u_1 = u_y; u_2 = -u_y; u_3 = u_x; u_4 = u_x$$

El ángulo \mathbf{a}_i describe la posición de los cuatro motores, L es la longitud de los brazos, l la longitud de los antebrazos, \mathbf{q} es el ángulo de la plataforma, y d y h son las distancias de la “H” que forma la plataforma. \mathbf{O} es el origen del sistema de coordenadas y D es el origen del sistema de la plataforma, R provee la posición de los motores. El segmento $\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i$ representa el brazo del robot y $\mathbf{P}\mathbf{B}_i$ el segmento del antebrazo. Las posiciones articulares son representadas por q_i .

Para obtener el modelo geométrico inverso es necesario expresar los diferentes puntos del sistema mecánico respecto al origen O . El origen se fija en el centro de la plataforma con las coordenadas (x, y, z) . En el espacio cartesiano, el órgano terminal es dado por (x, y, z, \mathbf{q}) .

$$\mathbf{OD} = [x \ y \ z]^T \quad (1)$$

El vector que une el origen absoluto O y todos los antebrazos a la plataforma es dado por:

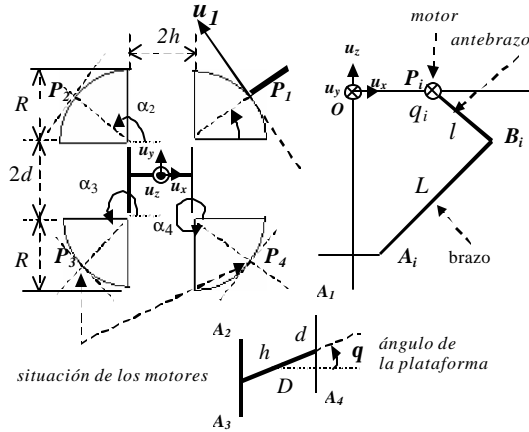


Fig. 2. Parámetros de diseño

$$\mathbf{OA}_i = \mathbf{OD} + \mathbf{DA}_i = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \mathbf{DA}_i \quad (2)$$

Los segmentos \mathbf{DA}_i pueden expresarse como:

$$\mathbf{DA}_1 = \begin{bmatrix} h \cos \theta \\ h \sin \theta + d \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{DA}_2 = \begin{bmatrix} -h \cos \theta \\ -h \sin \theta + d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{DA}_3 = \begin{bmatrix} -h \cos \theta \\ -h \sin \theta - d \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{DA}_4 = \begin{bmatrix} h \cos \theta \\ h \sin \theta - d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Entonces, el vector que une el origen absoluto y los brazos a los antebrazos se puede definir como:

$$\mathbf{OB}_i = \mathbf{OP}_i + \mathbf{PB}_i \quad (5)$$

Con:

$$\mathbf{PB}_i = \begin{bmatrix} l \cos q_i \cos a_i \\ l \cos q_i \sin a_i \\ -l \sin q_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

Las posiciones de los motores:

$$\mathbf{OP}_1 = \begin{bmatrix} h + R \cos a_1 \\ d + R \sin a_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{OP}_2 = \begin{bmatrix} -h + R \cos a_2 \\ d + R \sin a_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{OP}_3 = \begin{bmatrix} -h + R \cos a_3 \\ -d + R \sin a_3 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{OP}_4 = \begin{bmatrix} h + R \cos a_4 \\ -d + R \sin a_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Finalmente, las coordenadas de los brazos están dadas por:

$$\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{O} + \mathbf{OB}_i \quad (9)$$

Normalmente, el modelo cinemático directo calculado analíticamente es difícil de calcular. De hecho el modelo más simple lleva a una ecuación polinomial de grado 8. Este modelo se calcula entonces utilizando la formulación iterativa siguiente:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{J}(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n) [\mathbf{q} - \mathbf{q}_n] \quad (10)$$

Donde \mathbf{q} es el punto de convergencia y \mathbf{J} es la matriz Jacobiana del robot. Si el mecanismo no está en una configuración singular, esta expresión se encuentra de la siguiente manera [8, 9]:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_q \quad (11)$$

Donde:

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_{1x} & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_{1y} & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_{1z} & (\mathbf{DC}_1 \times \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1)_z \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_{2x} & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_{2y} & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_{2z} & (\mathbf{DC}_2 \times \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2)_z \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_{3x} & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_{3y} & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_{3z} & (\mathbf{DC}_3 \times \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3)_z \\ \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_{4x} & \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_{4y} & \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_{4z} & (\mathbf{DC}_4 \times \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_4)_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{J}_q = \text{diag}((\mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \times \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i) \square \mathbf{u}_{mi}); \quad i=1, \dots, 4 \quad (13)$$

Es de anotar que \mathbf{DC}_i es la distancia entre el centro de la plataforma y el centro de la media distancia de la "H" que forma la plataforma.

2.2 Modelo dinámico

En un principio el modelo dinámico se calcula considerando la dinámica del sistema. Desde este punto de vista, se puede decir que la fuerza de los motores es principalmente utilizada para vencer la

inercia del motor y para mover brazos, antebrazos y plataforma, la cual puede a su vez estar equipada por una herramienta de fabricación. Debido al diseño, la inercia de los antebrazos está incluida en la inercia de los motores y el efecto de los brazos es despreciado [8, 9].

Si G_{mot} representa el vector del par de cada motor, la ecuación del modelo dinámico puede escribirse como:

$$G_{mot} = I_{mot} \ddot{q} + J^T M (\ddot{x} - G) \quad (14)$$

donde I_{mot} representa la matriz de inercia de los motores (15) incluyendo la inercia de los antebrazos, M es una matriz diagonal (16) conteniendo la masa de la plataforma y su inercia (M_{plat} e I_{plat} respectivamente), J es la matriz Jacobiana descrita en (11), \ddot{q} es la aceleración articular, \ddot{x} es el vector de la aceleración cartesiana, y G es el vector de gravedad. Como se dijo anteriormente, gracias al diseño del robot, la inercia de los antebrazos se incluye en la inercia del respectivo motor.

$$I_{mot} = \begin{bmatrix} I_{mot1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{mot2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{mot3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{mot4} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{plat} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{plat} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{plat} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{plat} \end{bmatrix} \quad (16)$$

La posición del motor $q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$ es medida directamente a través de los sensores de posición presentes en los motores. La velocidad \dot{q} y la aceleración \ddot{q} se obtienen a través de una diferenciación de primer orden realizada en tiempo real, lo cual no ofrece ninguna dificultad y provee resultados aceptables. Para el caso en el cual la aceleración cartesiana \ddot{x} no esté disponible, ésta se calcula como sigue:

$$\ddot{x} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} \quad (17)$$

Donde J depende de x y de q , y \dot{J} se calcula usando igualmente una diferenciación de primer orden.

Entonces, el modelo dinámico del robot H4 puede escribirse como:

$$G_{mot} = A(q)\dot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (18)$$

Con:

$$A(q) = I_{mot} + J^T M J \quad (19)$$

$$H(q, \dot{q}) = J^T M \dot{J} \dot{q} - J^T M G \quad (20)$$

3. CONTROL PREDICTIVO FUNCIONAL

Esta sección está dedicada a exponer brevemente la teoría del esquema del control predictivo funcional (PFC) usado en esta aplicación, técnica de control desarrollada por Richalet [13, 14].

3.1 Modelo interno

El modelo utilizado en esta clase de control es un modelo lineal del tipo:

$$\begin{aligned} x_M(n) &= F_M x_M(n-1) + G_M u(n-1) \\ y_M(n) &= C_M^T x_M(n) \end{aligned} \quad (21)$$

Donde x_M designa el estado, u es la entrada del sistema, y_M la salida medida del modelo, F_M , G_M y C_M matrices y vectores de la dimensión correcta.

Para sistemas inestables, el control predictivo funcional utiliza una técnica especial llamada de descomposición del modelo [13].

3.2 Trayectoria de referencia

La estrategia del control predictivo (MPC) se resume en la figura 3. Dada una consigna deseada definida en el horizonte finito $[0, h]$, la predicción de la salida futura \hat{y}_p deberá alcanzar la consigna futura siguiendo una trayectoria de referencia y_R .

En la figura 3, $e(n) = c(n) - y_p(n)$ es el error de posición en el tiempo n , c es la consigna deseada, y_p la salida del proceso, y TRLC es el tiempo de respuesta del sistema en lazo cerrado.

La trayectoria de referencia y_R está definida por:

$$c(n+i) - y_R(n+i) = a^i (c(n) - y_p(n)) \quad 0 \leq i \leq h \quad (22)$$

Donde a es un escalar ($0 < a < 1$) que se escoge dependiendo del tiempo de respuesta deseado en lazo cerrado. La esencia de la estrategia de control predictivo está completamente incluida en (22). El objetivo es pues alcanzar la consigna deseada siguiendo la trayectoria de referencia. Esta trayectoria de referencia se considera entonces como el comportamiento deseado en lazo cerrado.

3.3 Índice de desempeño

El criterio de desempeño se define como la suma cuadrática de los errores entre la predicción de la salida del proceso \hat{y}_p y la trayectoria de referencia y_R . Este criterio está definido como:

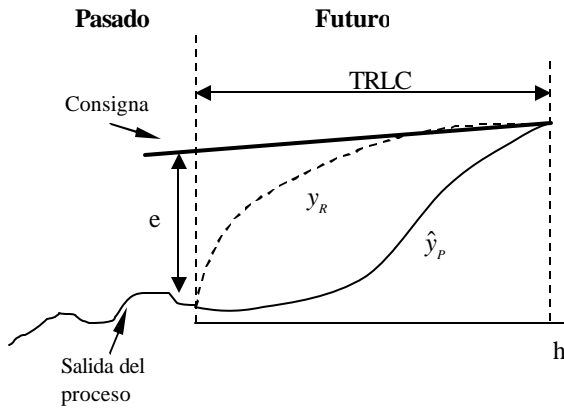


Fig. 3. Trayectoria de referencia y estrategia de control

$$D(n) = \sum_{j=1}^{n_h} \left\{ \hat{y}_p(n+h_j) - y_R(n+h_j) \right\}^2 \quad (23)$$

Donde n_h es el número de puntos de coincidencia y h_j es el número total de puntos de coincidencia definidos sobre el horizonte de predicción. Es en estos puntos de coincidencia que el sistema verificará la aproximación de la predicción de la salida a la trayectoria de referencia. Esta predicción de la salida está definida como:

$$\hat{y}_p(n+i) = y_M(n+i) + \hat{e}(n+i) \quad 1 \leq i \leq h \quad (24)$$

Donde y_M es la salida del modelo y \hat{e} es la predicción del error de salida futuro.

La estrategia del control predictivo permite adicionar un término de suavizamiento del control (coeficiente λ), con el fin de hacer más eficiente el gasto de energía inyectada al sistema. En este caso, el criterio de desempeño se describe como:

$$D(n) = \sum_{j=1}^{n_h} \left\{ \hat{y}_p(n+h_j) - y_R(n+h_j) \right\}^2 + \lambda \left\{ u(n) - u(n-1) \right\}^2 \quad (25)$$

Donde u es la variable de control.

3.4 Variable de control

Se supone que la variable futura de control está compuesta por un conjunto de funciones definidas con antelación, lo cual hace que sea más fácil determinar la respuesta futura del sistema. La variable futura de control será entonces:

$$u(n+i) = \sum_{k=1}^{n_B} m_k(n) u_{BK}(i) \quad 0 \leq i \leq h \quad (26)$$

Donde m_k son los coeficientes a calcularse durante la optimización del criterio de desempeño, u_{BK} son las funciones de base de la secuencia de control, y n_B es el número de funciones de base.

La selección de las funciones de base depende de la naturaleza de la consigna deseada y del proceso. En la práctica ellas son escogidas tan simples como un escalón, una rampa o una parábola y serán definidas como:

$$u_{BK} = i^{k-1} \quad \forall k \quad (27)$$

Según la estrategia general del control predictivo, solo el primer término de control se aplica efectivamente, lo que conlleva a:

$$u(n) = \sum_{k=1}^{n_B} m_k(n) u_{BK}(0) \quad (28)$$

Por su parte, la salida del modelo está compuesta por dos partes:

$$y_M(n+i) = y_L(n+i) + y_F(n+i) \quad 1 \leq i \leq h \quad (29)$$

Donde y_L es la salida libre del sistema o respuesta a una entrada de control nula ($u = 0$) bajo el efecto de las condiciones iniciales; y y_F es la salida forzada del sistema en respuesta a la variable de control dada por (26) y con condiciones iniciales nulas.

Con las ecuaciones (21) y (26) se puede entonces escribir:

$$y_{UF}(n+i) = C_M^T F_M^i x_M(n) \quad 1 \leq i \leq h$$

$$y_F(n+i) = \sum_{k=1}^{n_B} m_k(n) y_{BK}(i) \quad 0 \leq i \leq h \quad (30)$$

Donde y_{BK} es la respuesta del modelo a u_{BK} . Asumiendo que se puede predecir el error de salida futuro del sistema, éste se puede aproximar por el polinomio siguiente:

$$\hat{e}(n+i) = e(n) + \sum_{m=1}^{d_e} e_m(n) i^m \quad \text{para } 1 \leq i \leq h \quad (31)$$

Donde d_e es el grado del polinomio de aproximación del error, y e_m son coeficientes calculados en línea conociendo el error pasado y presente.

Teniendo en cuenta las ecuaciones anteriores, la minimización del índice de desempeño lleva a la siguiente fórmula, la cual muestra el control a aplicarse en el instante presente n :

$$u(n) = k_o \{c(n) - y_p(n)\} + \sum_{m=1}^{\max(d_c, d_e)} k_m \{c_m(n) - e_m(n)\} + V_X^T x_M(n) \quad (32)$$

Donde d_c es el grado de la aproximación polinomial para la consigna y k_o, k_m y V_X^T son coeficientes que se calculan fuera de línea [13].

En resumen, la variable de control que se obtiene está compuesta por tres términos: el primero realiza una compensación proporcional del error de posición, el segundo efectúa una anticipación de la consigna y del error, y el tercero corresponde a un término de compensación dado que el modelo utilizado no corresponde exactamente al modelo real.

4. ESTRATEGIAS DE CONTROL UTILIZADAS

El desempeño y la robustez de los controladores PID, CTC y PFC serán probados utilizando para ello consignas complejas en el espacio operacional. Ya que los controles CTC y PFC se basan en una compensación no lineal y en un desacoplamiento realizado a través del modelo dinámico inverso, este procedimiento se describe en la sección 4.2. Una vez se ha linealizado el sistema se puede aplicar cómodamente un controlador lineal, como se verá más adelante.

4.1 Control PID

El controlador PID aplicado al robot H4 ha sido definido en el espacio operacional, donde las posiciones articulares deseadas son obtenidas a partir del modelo cinemático inverso (MCI). Un análisis previo permitió hallar la frecuencia de resonancia del sistema, la cual es $\omega_r = 50$ rad/s.

Con esta frecuencia y siguiendo un procedimiento básico de sintonizado [19], las ganancias de los parámetros se fijan en $K_p = 500$, $K_i = 5000$ y $K_d = 6$.

4.2 Linealización por realimentación

Con el fin de aplicar los controles CTC y PFC, se requiere linealizar el modelo dinámico del robot, el cual no es lineal. Como se vió, esta ecuación no lineal se expresa de la siguiente forma:

$$G = A(q)\dot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (33)$$

Es conocido que las ecuaciones de los m-cuerpos rígidos del robot se pueden linealizar y desacoplar por medio de una realimentación no lineal [19, 20]. Sean \hat{A} y \hat{H} respectivamente las estimaciones de A y H . Asumiendo que $\hat{A} = A$ y $\hat{H} = H$, el problema se reduce a una pareja de doble integradores desacoplados:

$$\ddot{q} = w \quad (34)$$

Donde w representa la nueva entrada de control. Esta ecuación corresponde al esquema del control dinámico inverso, donde el modelo dinámico directo que caracteriza al robot se transforma en un doble conjunto de integradores.

Las técnicas de control lineal [18, 19] pueden entonces ahora utilizarse para diseñar un controlador por modelo de referencia, como el control por par calculado y el control predictivo funcional, que se verán en las secciones siguientes.

4.3 Control dinámico

Teniendo en cuenta que el movimiento deseado se especifica completamente con la posición q^d , la velocidad \dot{q} y la aceleración \ddot{q} , el control dinámico [18] calcula el vector de control de la siguiente manera:

$$w = K_p(q^d - q) + K_v(\dot{q}^d - \dot{q}) + \ddot{q}^d \quad (35)$$

Donde K_p y K_v representan las ganancias de los controladores.

Un integrador se introduce al esquema clásico con el fin de disminuir el error estático presente debido a las posibles diferencias entre el modelo dinámico inverso estimado y el real. Entonces (35) se escribe:

$$w = K_p(q^d - q) + K_v(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_i \int (q^d - q) dt + \ddot{q}^d \quad (36)$$

La sintonización de este controlador [19], permite fijar las ganancias en los valores $K_p = 5000$, $K_v = 65$ y $K_i = 60000$.

4.4 Control predictivo funcional

La compensación no lineal realizada no provee exactamente un doble conjunto de integradores ($1/s^2$), debido principalmente a las incertidumbres en la estimación. Entonces el proceso es de nuevo identificado utilizando ciertas trayectorias y aplicando la técnica de mínimos cuadrados. El nuevo modelo lineal se representa entonces por una función de transferencia de segundo orden:

$$G(s) = \frac{2.7}{s^2 - 52.6s + 54.7} \quad (37)$$

Este modelo identificado presenta dos polos positivos situados en 1.06 y 51.54, por lo tanto es inestable. El modelo es entonces estabilizado con una realimentación de velocidad, usando una ganancia proporcional K_r igual a 70. Finalmente el control PFC se aplica al sistema de segundo orden de (37) y a su bucle estabilizador.

Para sintonizar el controlador predictivo tres diferentes funciones de base son utilizadas: escalón, rampa y parábola. El tiempo de respuesta en lazo cerrado se fija en 20 veces el tiempo de muestreo, lo cual asegura un buen compromiso entre precisión y robustez de la respuesta. De igual manera, son definidos tres puntos de coincidencia dentro del horizonte de control.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El sistema de control se implementa en un simple PC (Pentium II, 200 MHz, 256 Mb) corriendo bajo Windows NT y RTX (*Real Time Extension*) como programa que asegura el control en tiempo real con una periodicidad de 1.5 mseg.

Diferentes situaciones se consideran en esta sección con el fin de ilustrar el desempeño de cada controlador. Primero, trayectorias complejas son utilizadas como consigna a diferentes velocidades. Segundo, se muestran las respuestas a perturbaciones externas.

5.1 Desempeño

Las siguientes trayectorias se definen en el espacio de trabajo del robot o espacio operacional:

- trayectoria circular con diámetro de $d = 20$ mm y velocidad angular de $\omega = 2$ rad/seg, lo cual significa un círculo realizado en 3 segundos.

- trayectoria lineal con un cambio de dirección de 55° y velocidad lineal $v = 0.012$ m/seg, equivalente a una trayectoria realizada en 6 segundos.

Las dificultades de estas trayectorias se centran en la exactitud que debe mantenerse al seguir un pequeño círculo y en el momento de cambiar bruscamente la dirección en la trayectoria lineal, lo cual exige bastante del controlador.

Las figuras 4 y 5 muestran los resultados para la trayectoria circular. Se observa una periodicidad en los errores de seguimiento lo cual corresponde al cambio de cuadrante de la consigna circular (seno y coseno). Los resultados para la trayectoria lineal se presentan en las figuras 6 y 7.

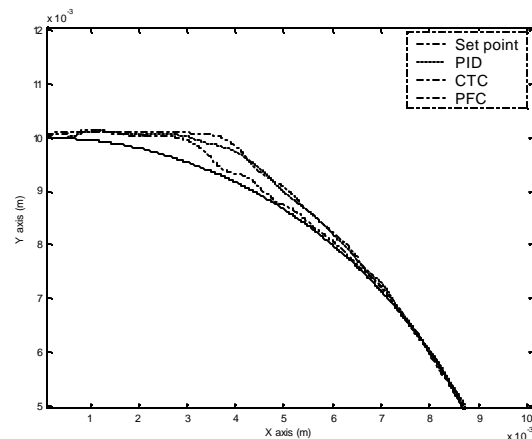


Fig. 4. Trayectorias obtenidas para una trayectoria circular

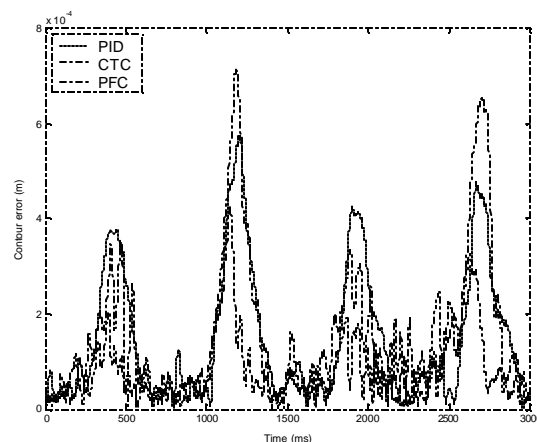


Fig. 5. Errores de seguimiento para la trayectoria circular

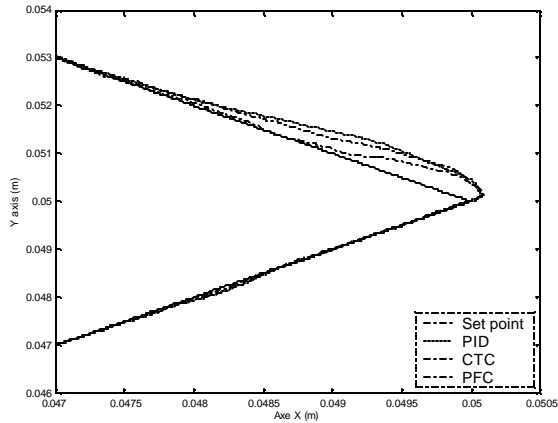


Fig. 6. Trayectorias obtenidas para una trayectoria lineal

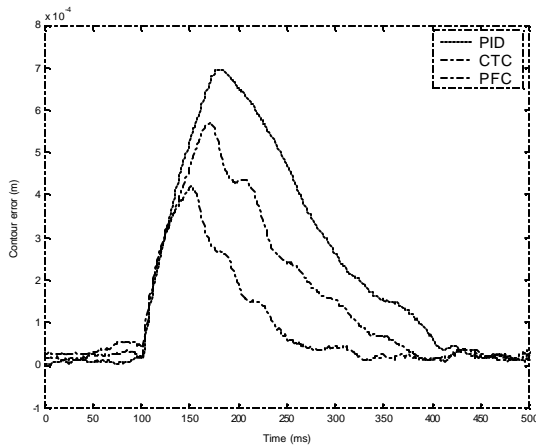


Fig. 7. Errores de seguimiento para la trayectoria lineal

5.2 Robustez

Una perturbación externa se introduce al sistema, lo que se traduce por una variación de carga de 4 kg. en la plataforma, la cual se halla en regulación alrededor de una posición estacionaria.

Las figuras 8, 9 y 10 muestran el rechazo a estas perturbaciones obtenido con cada controlador.

En todos los casos, el control PFC produce el menor error en el seguimiento de la consigna, gracias a su capacidad de anticipación.

Los errores de seguimiento son sensiblemente menores y el tiempo de respuesta disminuye.

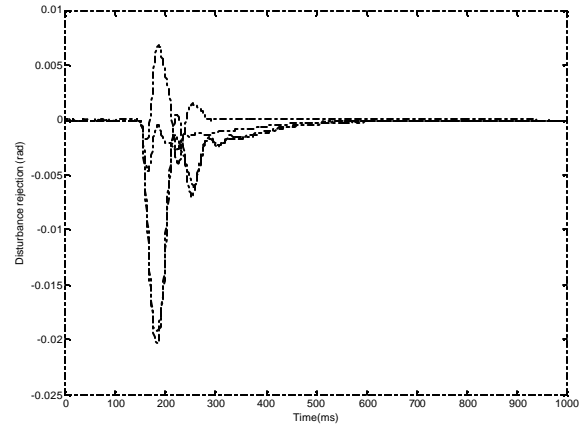


Fig. 8. Rechazo de perturbaciones obtenido con el PID

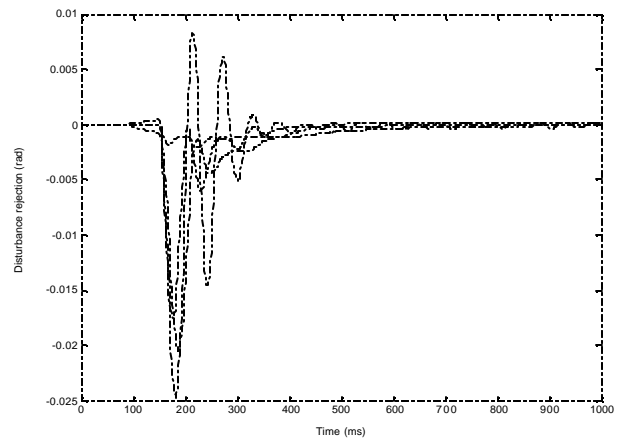


Fig. 9. Rechazo de perturbaciones obtenido con el control por par calculado

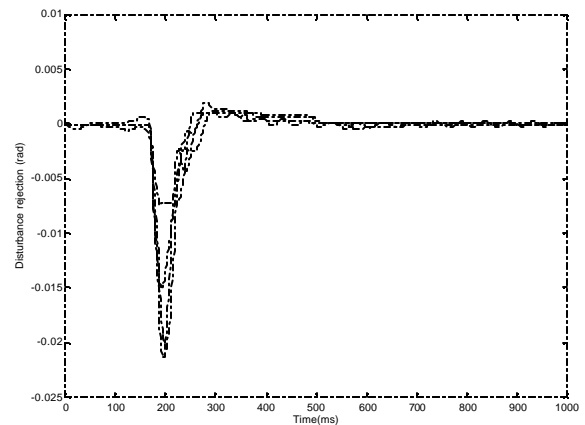


Fig. 10. Rechazo de perturbaciones obtenido con el PFC

6. CONCLUSIONES

En este artículo se ha considerado el control avanzado de los movimientos complejos de un robot paralelo. El desempeño en el seguimiento de

consignas complejas y el rechazo de perturbaciones, son comparadas experimentalmente utilizando tres tipos de controladores: control clásico PID y dos estrategias basadas en el modelo del robot, a saber, el control por par calculado (CTC) y el control predictivo funcional (PFC). Para las dos estrategias basadas en el modelo, el proceso es primero linealizado por realimentación. Para el caso del control predictivo funcional, una identificación del modelo ha sido llevada a cabo, representando el sistema como una función de segundo orden y estabilizándola por medio de una realimentación de velocidad.

Para probar el desempeño de estos controladores, se introducen trayectorias complejas al sistema (trayectoria circular de pequeño diámetro, trayectoria lineal con cambio de ángulo), similares a aquellas que pueden ser encontradas en un ámbito de fabricación industrial. Igualmente se realizaron pruebas con el fin de medir la robustez, pruebas consistentes en perturbaciones externas representadas por un cambio de carga. Los resultados muestran que el control predictivo funcional provee los mejores resultados en todos los casos, gracias a su capacidad para anticipar los cambios presentes en el sistema. Estos resultados muestran las grandes capacidades que tiene el control predictivo para resolver problemas de control en el campo de la robótica industrial y en particular de la robótica paralela.

REFERENCIAS

- [1] Gough, V. E. "Contribution to discussion of papers on research in automotive stability, control and tyre performance". Proc. Auto Div., Inst. Mechanical Engineers, 1957.
- [2] Stewart, D. "A platform with 6 degrees of freedom". Proc. of the Inst. of Mech. Engineers, 1965, p. 371-386.
- [3] Clavel, R. "Une nouvelle structure de manipulateur parallèle pour la robotique légère". Journal Européen des Systèmes Automatisés, 1989, vol. 23, issue 6, p. 501-519. ISSN: 1269-6935.
- [4] Merlet, J. P. *Les robots parallèles*. 2nd Edition. Paris: Editions Hermès, 1997. ISBN: 2-86601-254-2.
- [5] Tönshoff, H. K. "A systematic comparison of parallel kinematics". Keynote in proceedings of the first forum on parallel kinematic machines, 1998.
- [6] Pierrot, F. ; Dauchez, P. ; Fournier, A. "Fast parallel robots". Journal of robotics systems, 1991, vol. 8, issue 6, p. 829-840. ISSN: 0741-2223.
- [7] Pierrot, F.; Shibukawa, T. "From Hexa to HexaM". Proceedings IPK'98: Internationales Parallelkinematik - Kolloquium, 1998, p.75-84.
- [8] Company, O. ; Pierrot, F. "A new 3T-1R parallel robot". International Conference in Advance Robotics, 1999, p. 557-562.
- [9] Pierrot, F. ; Marquet, F. ; Company, O. ; Gil, T. "H4 Parallel Robot: Modeling, Design and Preliminary Experiments". Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2001, p. 3256-3261.
- [10] Clarke, D.W. ; Mothadi, C. ; Tuffs, P. S. (1987). "Generalized predictive control. Part I: The basic algorithm. Part II: Extensions and interpretations". Automatica, 1987, vol. 23, issue 2, p. 137-160. ISSN: 0005-1098.
- [11] Allgöwer, F. ; Badgwell, T. A. ; Qin, J. S. ; Rawlings, J. B. ; Wright, S. (1999). "Nonlinear predictive control and moving horizon estimation – An introductory overview". European Control Conference 99, 1999.
- [12] Camacho E. F. ; Bordons C. "Control predictivo: pasado, presente y futuro". Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, 2004, vol. 1, issue 3. ISSN: 1697-7912.
- [13] Richalet, J. *Pratique de la Commande Prédictive*. Paris: Editions Hermès, 1993. ISBN: 2-86601-401-4.
- [14] Richalet, J. ; Abu, E. ; Arber, C. ; Kuntze, H. B. ; Jacubasch, A. ; Schill, W. "Predictive Functional Control. Application to Fast and Accurate Robot". 10th IFAC World Congress, 1997.
- [15] Abdelghani-Idrissi, M. A. ; Arbaoui, M. A. ; Estel, L. ; Richalet, J. "Predictive functional control of a counter current heat exchanger using convexity property". Chemical Engineering and Processing, 2001, vol. 40, p. 449-457. ISSN: 0255-2701.
- [16] Rossiter, J. A. "Predictive functional control: more than one way to prestabilise". 15th IFAC World Congress, 2002.
- [17] Vivas, A.; Poignet, P. "Predictive functional control of a parallel robot". Control Engineering Practice, 2005, vol. 13, issue 7, p. 277-282. ISSN: 0967-0661.
- [18] Canudas de Wit, C. ; Siciliano, B. ; Bastin, G. *Theory of Robot Control*. New York: Springer-Verlag, 1996. ISBN: 3-540760-547.
- [19] Khalil, W.; Dombre, E. *Modeling, Identification and Control of Robots*. London: Hermes Penton Science, 2002. ISBN: 1-903996-66-X.
- [20] Khalil, H. K. *Non Linear Systems*. New York: Prentice Hall, 2nd Edition, 1996. ISBN: 0-13-067389-7.