

**IMPLEMENTACIÓN DE UN CORRELADOR DE IMÁGENES USANDO LA  
TRANSFORMADA DE FOURIER FRACCIONAL MEDIANTE UN  
PROCESADOR DIGITAL DE SEÑALES (DSP).**

**IMPLEMENTATION OF AN IMAGE CORRELATOR USING FRACTIONAL  
FOURIER TRANSFORM BY A DIGITAL SIGNAL PROCESSOR (DSP)**

**MSc. Wilson Castaño Galviz, MSc. Yezid Torres Moreno**

**Grupo de Investigación en Óptica y Tratamiento de Señales**

Universidad industrial de Santander

Bucaramanga, Colombia

wcguis@yahoo.com, ytorres@uis.edu.co

**Abstract-** In this work we show the use of the Fractional Fourier Transform on images correlation. Its implementation will be carried out on a DSP (Digital Signal Processor) produced by Texas Instruments, a high capacity and performance equipment allowing to develop calculus at high speed adequate to our necessity of processing. Image correlation will be based on a 4f system or Vanderlugt, applying PCE, SNR and OE metrics to analyse this fractional correlator behaviour.

**Resumen-** La correlación es un método por el cual se pueden detectar objetivos dentro de una señal o imagen dada, puede ser llevada a cabo por dos métodos: óptico y digital, en el trabajo que se va a realizar se centrará en la implementación digital. Se utilizará un DSP (Digital Signal Processor) fabricado por Texas Instruments, el cual es un equipo de alta capacidad y desempeño que permite realizar cálculos a alta velocidad, adecuado para nuestra necesidad de procesamiento. Además el trabajo de correlación se basará en un sistema 4f o de Vanderlugt, aplicando las métricas de PCE, SNR y OE para analizar su comportamiento.

**Keywords:** Correlation, Standard Fourier Transform, Fractional Fourier Transform, Fast Fourier Transform, Digital Signal Processing (DSP), Signal Processing, Imaging Processing

## 1. INTRODUCCIÓN

Debe tenerse en cuenta que el cálculo digital de la correlación es necesario realizarlo en tiempos muy cortos, para que tenga utilidad en aplicaciones reales. Sin embargo el cálculo de la correlación es un proceso numérico que requiere una cantidad elevada de operaciones matemáticas lo cual obliga a tener un equipo que pueda procesar a gran velocidad.

Para tener una idea de la magnitud del cálculo que se va a desarrollar, se necesitan alrededor de cuatro billones de operaciones para calcular la correlación entre una imagen de 512x512 píxeles con un patrón de referencia del mismo tamaño. Otro factor que aumenta las exigencias de cálculo es la necesidad de comparar la imagen analizada con más de un patrón de referencia.

Debido a la naturaleza de los cálculos necesarios para realizar la correlación, estas operaciones deben realizarse normalmente en aritmética de coma flotante para no perder exactitud en los números utilizados.

Por las razones anteriores se deben implementar algoritmos que permitan manejar alta velocidad y un equipo de procesamiento especializado en tratamiento de Imágenes y tener en cuenta con que base conceptual se va a realizar la correlación.

## 2. CORRELACIÓN

La correlación es un proceso que se utiliza en Tratamiento de Señales e Imágenes (BORES, 2003) para comparar dos señales (Si se trabaja de forma Unidimensional) o dos Imágenes (En el caso bidimensional), este proceso puede ser realizado de forma Óptica o de Forma Digital, en el caso del proceso Óptico se requiere de una serie de lentes especiales para detectar las señales o imágenes a encontrar, mientras que en el procesamiento digital se requiere de un equipo de computación especializado que pueda realizar este proceso.

La correlación de dos funciones  $f(x, y)$  y  $g(x, y)$  esta dada por la siguiente expresión:

$$f(x, y) \circ g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\alpha, \beta) g(x + \alpha, y + \beta) d\alpha d\beta \quad (1)$$

Donde \* es el complejo conjugado.

Para funciones discretas la ecuación es:

$$f_e(x, y) \circ g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1-N} \sum_{n=0}^{M-1-N} f_e^*(m, n) g_e(x+m, y+n) \quad (2)$$

Para  $x = 0, 1, 2, \dots, M-1$  e  $y = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .  $f_e(x, y)$  y  $g_e(x, y)$  se supone son funciones periódicas y  $M, N$  se escogen tal que eviten la superposición en los periodos de la función de correlación. La correlación de dos imágenes, principalmente se utiliza en aplicaciones de reconocimiento donde se busca encontrar la mayor correspondencia entre una imagen desconocida y las de una base de datos previamente preestablecida. Se calcula la correlación entre esta imagen y todas las de la base de datos, de forma tal que la pareja de imágenes que den el mayor valor del pico de correlación corresponde a la imagen buscada (GONZALEZ, 1996).

### 2.1. Correlación en el Dominio del Espacio Directo.

La correlación puede ser llevada a cabo directamente en el dominio del espacio mediante la convolución de una de las imágenes y la segunda reflejada tanto vertical como horizontalmente. Sin embargo este método es de poca utilidad debido a la gran cantidad de cálculos que deben efectuarse y por tanto la imposibilidad de implementar estos algoritmos en un sistema que opere en tiempo real (GONZALEZ, 1996).

### 2.2. Correlación mediante la Transformada de Fourier Estándar

Habitualmente el cálculo de  $f_e(x, y)$  o  $g_e(x, y)$  se realiza con mayor eficiencia en el dominio de la frecuencia empleando un algoritmo de FFT para obtener las transformadas directas e inversas de la imagen de entrada y del patrón de referencia. Por tanto, disponer de algoritmos que calculen de una forma eficiente estas operaciones es del mayor interés (BORES, 2003). Además con la salida al mercado de Procesadores de Señales Digitales con capacidades de hasta 1000 MIPS es posible el cálculo de Transformadas de Fourier de imágenes en tiempos considerablemente cortos permitiendo el desarrollo de aplicaciones en tiempo real (García, D. Mas, R. Dorsch, 1996).

En Correlación Digital de Imágenes generalmente se utiliza la Transformada de Fourier Estándar (TFE) (Ozaktas, Arikan, Kutay, Bozdagi, 1996), en nuestra investigación se utilizaró la Transformada de Fourier Fraccional (TFf) (Ozaktas, Arikan, Kutay, Bozdagi, 1996, BORES, 2003), para la cual se requirió hacer un análisis de los diferentes conceptos que sobre ella se han planteado, teniendo en cuenta que este concepto es muy nuevo (Namias, 1980) dando como resultado un modelo de correlación fraccional.

## 3. PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

### 3.1. Procesador Digital de Señales (DSP)

El procesamiento digital de señales es una de las áreas más fuertes que la ciencia y la ingeniería han formado en los últimos tiempos. Grandes cambios se han presentado en diferentes áreas: comunicaciones, imágenes medicas, radar y sonar, reconocimiento de formas, entre otras.

Cada uno de estos campos ha desarrollado una intensa tecnología DSP, con algoritmos propios, matemática propia y técnicas especializadas (Smith, 1980).

Los microprocesadores de propósito general no están diseñados para satisfacer la gran cantidad de cálculos numéricos que se requieren en el procesamiento digital de señales; a partir de los 80s, industrias electrónicas (Texas Instruments, Analog Devices y Motorola) desarrollaron los chips DSP. Los Procesadores Digitales de Señales son microprocesadores especializados con arquitecturas diseñadas específicamente para los diferentes tipos de operaciones requeridas en el procesamiento digital de señales. Los DSP's son capaces de ejecutar millones de operaciones por segundo en punto flotante, en el mercado se encuentra gran variedad de DSP's, diseñados en su mayoría para que ejecuten las operaciones básicas, por lo tanto, comparten ciertas características (BORES, 2003).

- Aritmética de alta velocidad.
- Transferencia de datos.
- Múltiple acceso a memoria.

### 3.2. Necesidades de cómputo

Para poder implementar un procesador digital se requiere un equipo de alta velocidad, que pueda realizar operaciones de aritmética de punto flotante y por esto se requirió de un análisis de los diferentes productos comerciales disponibles, se encontró que existen grandes diferencias tecnológicas entre los distintos Procesadores de Señales ofrecidos por las empresas manufactureras. La arquitectura de la CPU y la forma de programación de los DSP's son las características que principalmente diferencian estos Procesadores. El DSP fabricado por Texas Instruments cumple con los requerimientos necesarios para el Procesamiento de Imágenes a alta velocidad, además que son los equipos de mejor tecnología y fabricados especialmente para trabajar con procesamiento de video.

### 3.3. Kit de Desarrollo para Imágenes (DSP TMS320C6000)

Es una plataforma para hacer desarrollos y demostraciones de aplicaciones de procesamiento de imágenes/video basado en una plataforma DSP

TMS320C6000. El kit de desarrollo para imágenes (IDK) trae los elementos básicos de hardware y software necesarios para implementar nuevas aplicaciones (Texas Instruments, TMS320c6000).

La figura 1 muestra los componentes del kit, una tarjeta DSP (TMS320C6711), una tarjeta de video, una cámara CCD y unas herramientas de software (Code Composer Studio IDE).



Fig. 1. Kit de Desarrollo para Procesamiento de Imágenes/videos

#### TARJETA DSP TMS320C6711

Velocidad del reloj	150 MHz
Representación numérica	Punto flotante
Tiempo de instrucción	6.7 nano – segundos
Interfaz con memoria externa	32 bits
Timers	2(32 bits)
Bus de datos	32 - 64 bits
Tensión interna	1.8 Voltios
Tensión de entrada/salida	3.3 Voltios
Unidades independientes de cálculo	4 sumadores para punto flotante y punto fijo
	2 sumadores para punto fijo
	2 multiplicadores punto flotante y fijo
Acceso directo a Memoria	16 canales independientes
Memoria de la tarjeta Externa	16MB
Interna(Datos + Cache + Programa)	64KB +8 KB
Millones de operaciones en coma flotante por seg.	1000

### CÁMARA DE VÍDEO TELECAMERA NK9127C (CCD)

Sistema de exploración NTSC o PAL	
Imagen CCD	768(H), 494(V)
Distancia Focal	300mm - ∞
Angulo de visión	
Horizontal	45°
Vertical	34°
Diagonal	56°
Voltaje Alimentación	
12VDC, 185mA	

#### 4. TRANSFORMADA DE FOURIER FRACCIONAL (Tff)

La Transformada de Fourier fraccional, fue definida en 1980 por Víctor Namias como una herramienta para solucionar ecuaciones diferenciales aplicadas al oscilador Armónico mecánico cuántico, explícitamente:

$$F_{\alpha} = \frac{\exp i\left(\frac{\pi - \alpha}{4}\right)}{\sqrt{2\pi \sin(\alpha)}} \exp\left(-\frac{i}{2}x^2 \cot \alpha\right) * \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{i}{2}x'^2 \cot \alpha + \frac{ixx'}{\sin \alpha}\right) f(x') dx' \quad (3)$$

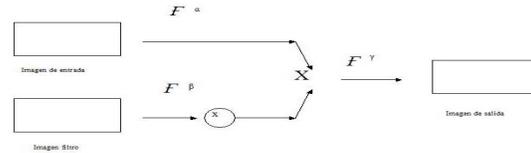
$\alpha$  corresponde al orden de la Transformada de Fourier fraccional, dado por:

$\alpha = a\pi/2$   $a \in \mathbb{Z}$ . Con  $\alpha = \pi/2$ , se recupera la Transformada de Fourier estándar, cuando  $\alpha=0$  se reduce al operador identidad.

#### 5. CORRELACION FRACCIONAL

##### 5.1 Cálculo de la correlación usando transformada de fourier fraccional.

Para calcular la correlación de imágenes se utilizó una representación de un sistema  $4f$  o de Vanderlught (ver gráfica) en el cual se debe tener en cuenta el valor  $a$  de la transformada de fourier fraccional, en este trabajo se hizo una variación del orden comenzando en 0 y terminando en 1 teniendo un paso de 0.1.



##### 5.1.1 Orden con la cual se desarrollaron los cálculos.

En la imagen de entrada se utilizó un orden  $\alpha$  que va desde 0 hasta 1 con un paso incremental de 0.1, lo mismo sucede en la imagen usada como filtro con orden  $\beta$  de la misma manera que el anterior, después se realiza la operación conjugada a la imagen filtro, se multiplican y se utiliza un orden de regreso  $\gamma$  desde  $-1$  hasta 0 con orden incremental de 0.1

##### 5.1.2. Métricas con las cuales se midió el funcionamiento del correlador fraccional.

Se utilizan tres métricas básicas que son: SNR (Signal to Noise Ratio), PCE (Peak to Correlation Energy) y OE (Optical Efficient).

#### 6 CONCLUSIONES

La transformada de Fourier fraccional ofrece una mejora en el momento en que se defina el objeto a detectar en la misma posición de la imagen de entrada, por medio de la correlación se obtiene un pico mas agudo, lo que indica una mayor ubicación y diferenciación de la detección.

Si la imagen es corrida del lugar de ubicación la transformada de Fourier no detecta el objetivo, esto se convierte una ventaja cuando se requiere encontrar objetivos determinados en lugares determinados, por ejemplo la ubicación de piezas en microchips, detección de fotografías en un carnet o en cualquier proceso en el cual la ubicación específica del objeto sea la necesidad.

La mejor detección se logra en los ordenes de 0.2 hasta el orden 0.8 en la transformada de Fourier fraccional para el orden de la entrada y el filtro y con orden de  $-1$  para la transformada inversa.

## REFERENCIAS

- Namias V. (1980), "The Fractional Order Fourier Transform and its Applications to Quantum Mechanics", J. Inst. Maths. Applics. Vol. 25, 241-265
- Ozaktas H, (1996), Arikan O, Kutay A., Bozdagi G, "Digital Computation of the Fractional Fourier Transform", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol 44, No. 9, 2141-2150,.
- BORES (febrero 28 de 2003), Signal Processing, URL: www.bores.com,.
- Imaging Developer's Kit. Texas Instrument. PageWeb:  
<http://dspvillage.ti.com/docs/catalog/dspdetails/dspplatformdetails.jhtml?navigationID=59&familyID=132>
- TMS320C6000 Imaging Developer's Kit (IDK) Programmer's Guide. Literature Number: SPRU495. December 2000. Texas Instruments.
- TMS320C6000 Imaging Developer's Kit (IDK) User's Guide. Literature Number: SPRU494. November 2000. Texas Instruments.
- TMS320c6000 Imaging Developer's Kit (IDK) Video Device Driver, User's Guide. Literature Number: SPRU499 December 2000. Texas Instruments.
- S. W. Smith, (1997). "The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing", California Technical Publishing.
- Kutay M. A. (1996), "Fast Computation Of The Fractional Fourier Transform", Univ. Ankara,
- Marinho F., L. Bernardo, ( Agosto 1998), "Numerical calculation of fractional Fourier transforms with a single fast-Fourier algorithm", J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 15, No. 8, 2111-2116.
- García J, Mas D, Dorsch R, (1996), "Fractional Fourier Transform calculation throught the fast-Fourier-transform algorithm ", Appl. Opt., Vol. 35, No. 35, 7013-7018.
- Tucker S, Ojeda Castañeda J, Cathey W,( Febrero 1999), "Matrix description of near-field diffraction and the fractional Fourier transform", J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 16, No. 2, 316-322
- Candan C, Kutay M, Ozaktas H, (2000). "The Discrete Fractional Fourier Transform", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol 48, No. 5, 1329-1337.
- Lohman Adolf, (Octubre 1993), "Image rotation, Wigner rotation, and the fractional Fourier transform", J. Opt. Soc. Am. A., Vol. 10, No. 10, 2181-2186,
- Cousin E, Torres Y, "Implementation Digitale De La Transformée De Fourier D'ordre Fractionnaire", Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales y École Supérieure de Chimie.
- Chun Shih, (Agosto 1995). "Fractionalization of Fourier Transform", Opt. Com., Vol. 118, 495-498.
- GONZALEZ, Rafael C. (1996). Tratamiento Digital de Imágenes. Editorial Addison-Wesley. Addison-Wesley Iberoamericana, S.A