

RELACIONES FUNCIONALES ENTRE LAS VARIABLES DEL SISTEMA HIDRÁULICO Y LAS DE COMPORTAMIENTO DEL MOTOR ELÉCTRICO PARA EL ANÁLISIS ENERGÉTICO DEL CONJUNTO

PhD. Carlos de León Benítez, MSc. Rodolfo Arias García

*Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Carretera a Camajuaní Km 5. Santa Clara. Villa Clara
Tel: 53 01 42 281632, Fax: 53 01 42 281608.*

Abstract: El método desarrollado permite mediante procedimientos matemáticos relacionar las variables del sistema hidráulico con las de funcionamiento del motor que acciona la bomba, lo cual permitirá evaluar energéticamente el mismo teniendo en cuenta las variaciones que experimenta la velocidad cuando se emplea la estrangulación o variadores de velocidad como técnicas de control de flujo. El mismo es aplicable para sistemas centrífugos.

Keywords: Motores eléctricos, Electro-bombas, Análisis Energético, Electrobalance.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando está presente la carga estática en el sistema, las relaciones de afinidad no serán aplicables directamente para determinar la velocidad de la bomba en condiciones de operación diferentes a las nominales. El sistema se caracteriza por un modelo de la forma [1][2][3]:

$$H_{sist} = H_{est} + k_t Q^m \quad (1)$$

Donde:

H_{sist} : Carga del sistema (m). H_{est} : Carga estática del sistema (m). Q : Flujo (m^3/s)

k_t : Coeficiente de resistividad (s^2/m^5).

$m=2$: Régimen turbulento.

Si el sistema se caracteriza por tener carga pura de fricción el mismo puede representarse como:

$$H_{sist} = k_t Q^2 \quad (2)$$

Para la implementación del método se define la curva de enlace como aquella, que conociendo el flujo requerido y la carga estática del sistema original, sin carga estática, en ese punto presente las mismas especificaciones en cuanto a los requerimientos de flujo y carga. Por tanto de la expresión 1 y 2 para condiciones de régimen turbulento, para el valor de flujo requerido ($Q = Q_{req}$) se obtiene la carga requerida ($H = H_{req}$) en dicho punto y se cumple que:

$$H_{req} = H_{est} + k_t Q_{req}^2 \quad (3)$$

$$H_{req} = k'_t Q_{req}^2 \quad (4)$$

Igualando ambas expresiones y despejando el valor de k'_t , para la curva de enlace:

$$k'_t Q_{req}^2 = H_{est} + k_t Q_{req}^2 \quad (5)$$

$$k'_t = \frac{H_{est}}{Q_{req}^2} + k_t \quad (6)$$

En la curva de enlace (Figura 1), partiendo del origen de coordenadas, estará contenido el punto que se corresponde con el valor deseado de flujo y carga (Q_{req}, H_{req}) y la misma se intercepta con la ecuación característica de la bomba en el punto (Q_1, H_1) donde se cumple entonces:

$$\left(\frac{H_{est}}{Q_{req}^2} + k_t \right) Q_1^2 = a + b Q_1 - c Q_1^2 \quad (7)$$

El valor de Q_1 calculado debe cumplir $Q_{req} < Q_1 < Q_N$. Esta definición permitirá la aplicación de las leyes de afinidad sobre la curva de enlace en el desarrollo del método propuesto.

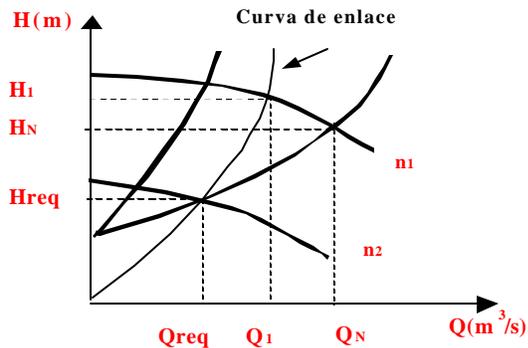


Fig. 1. Representación de curva de enlace para sistema con carga estática

2. RELACIONES DE DEPENDENCIA DE LAS VARIABLES SISTEMA HIDRÁULICO CON LAS DEL MOTOR

El nexa fundamental se establece a partir de las relaciones entre las variables del plano Q vs H , que representa el comportamiento del sistema hidráulico, con las del plano W vs M que representa el comportamiento del motor eléctrico.

Cuando el sistema se estrangula para obtener el flujo requerido por el proceso, esto se logra a partir de la variación de la característica hidráulica del mismo, lo cual se expresa, por los cambios que sufre el coeficiente de fricción del mismo (Figura 2).

La carga hidráulica total tiene una componente estática y una componente dinámica. En el primer caso la misma depende de la presión en los recipientes de succión y descarga así como de la carga estática del sistema y en el segundo caso está presente la componente de velocidad y la relacionada con las pérdidas debido al efecto de la fricción en el sistema [1][3][4].

$$H_b = \frac{\Delta p}{\rho} + H_{est} + \sum k_t \cdot Q^2 + \frac{v^2}{2g} \quad (8)$$

Donde:

H_b : Carga de la bomba (m)

Δp : Diferencia de presiones en los recipientes de succión y descarga.

ρ : Peso específico del líquido (kg/m^3).

g : aceleración de la gravedad m/s^2

v : velocidad lineal (m/s)

En sistema que las condiciones de presión en ambos recipientes es la misma (expuestos a presión atmosférica) el primer término se hace cero pues la presión en descarga y succión tienen el mismo valor. Como que se está trabajando con un sistema semejante sin carga estática para lo cual se hizo la definición de curva de enlace, el término correspondiente a esta carga es considerado según la expresión 6 en el cálculo de la constante de dicha curva para el sistema sin carga estática.

Por otra parte la componente de velocidad depende de los parámetros de diseño de bomba (Número y disposición de los alabes etc) y a su vez es función también del flujo de entrada a la misma. Estos parámetros para los diferentes estados de operación no varían. La carga correspondiente a la velocidad es la energía cinética en un líquido en cualquier punto expresada en metros del líquido en cuestión. Si el líquido se está moviendo a cierta velocidad, la carga correspondiente a la misma es equivalente a la distancia que la masa de líquido tendría que caer para adquirir esa velocidad. En virtud de esto debe cumplirse que la energía potencial representada por la carga del sistema es igual a la energía cinética que le imprime la bomba al líquido. Como que la velocidad es la relación de flujo entre área de la sección de la tubería, sustituyendo por esta relación en la carga correspondiente a la componente de velocidad:

$$H_v = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g \cdot A^2} \quad (9)$$

Donde:

A : Área de la sección de la tubería (m^2).

H_v : Carga de velocidad.

De la expresión 9 puede deducirse que una disminución del área de la sección de la tubería (sistema estrangulado) implica un incremento de la constante k_t . Al variar las condiciones del sistema para obtener el flujo requerido por el proceso, la velocidad aumenta debido a la disminución de la carga del motor,

trasladándose el punto de operación del punto (Q_N, H_N) a (Q_{req}, H_{req}) , se tiene entonces, de la expresión 9, relacionando dos estados (Figura 2) y teniendo en cuenta la relación de proporcionalidad planteada anteriormente que:

$$\frac{k'_t}{k'_{t1}} = \frac{A_2^2 Q_n^2}{A_1^2 Q_{req}^2} \quad (10)$$

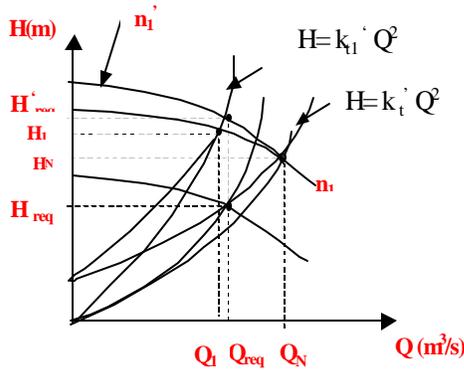


Fig.2. Condiciones de estrangulamiento.

Lo cual muestra que la relación entre las constantes de proporcionalidad en el plano Q vs H entre ambos estados es función del nivel de estrangulamiento.

Por otra parte el momento requerido por la bomba, que debe ser igual al desarrollado por el motor, varía con el cuadrado del flujo, que a su vez es directamente proporcional a la velocidad. Esto visto en el plano de la característica del motor eléctrico de velocidad contra momento queda representado como se muestra en la figura 3:

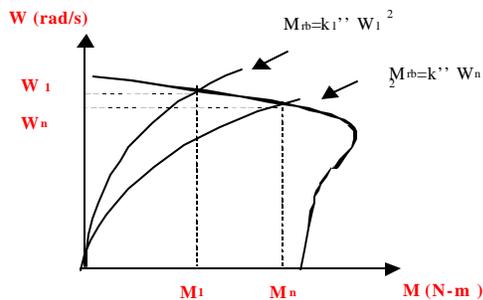


Fig. 3. Característica del motor W vs M

Los valores de las constantes de proporcionalidad k'' y k''_1 dependen de las constantes del sistema representadas en el plano H vs Q (k'_t y k'_{t1}) las cuales como se demostró dependen del estado en que opera el mismo. Resulta necesario establecer la relación de dependencia entre ellas para llevar a cabo el estudio energético del motor por el método propuesto en este trabajo.

La potencia demandada por la bomba es directamente proporcional al flujo requerido por el proceso y la carga del sistema [1][4][5]:

$$P = \frac{r \cdot g \cdot Q \cdot H}{h_t \cdot h_b} \quad (11)$$

Donde: h_b y h_t : Eficiencias de la bomba y la transmisión.

Haciendo $k_p = \frac{r \cdot g}{h_t \cdot h_b}$ y sustituyendo H por la expresión 9 se obtiene:

$$P = k_p \frac{1}{2 g A^2} Q^3 \quad (12)$$

Debido a que el flujo es proporcional al área de la sección de tubería y a la velocidad lineal que se expresa como $v = W r$, entonces:

$$P = k_p \frac{A}{2 g} W^3 r^3 \quad (13)$$

Dado que el momento demandado por la bomba se define como la relación de potencia entre velocidad entonces:

$$M_{rb} = k_p \frac{A}{2 g} W^2 r^3 \quad (14)$$

Haciendo $k'' = k_p \frac{A}{2 g} r^3$ indica que cuando el sistema se estrangula, la constante de proporcionalidad k'' disminuye, ya que disminuye el área de la sección de tubería y la velocidad aumenta (Figura 3) por tanto se cumple que $k''_1 > k''$. El momento requerido por la bomba se puede expresar como [6]:

$$M_{rb} = k'' W^2 \quad (15)$$

Si los puntos (M_n, W_n) y (M_1, W_1) (Gráfico 3 se corresponden con los estados representados en la figura 2 (Q_N, H_N) y (Q_{req}, H_{req}) respectivamente, siendo W_n y W_1 los valores de velocidad expresados en rad/s, planteando la misma relación que en el caso anterior para dos estados diferentes:

$$\frac{k''}{k''_1} = \frac{A_1 W_n^2}{A_2 W_1^2} \quad (16)$$

De la expresión 10 se tiene que $\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{k'_{t1}}{k'_t}}$, y en virtud de que el flujo y la velocidad son proporcionales entonces la relación entre las constantes del plano Q vs H y M vs W puede expresarse como:

$$\frac{k''}{k_1''} = \sqrt{\frac{k_{t1}'}{k_t'}} \quad (17)$$

Esta relación permite enlazar las variables del sistema hidráulico con las variables de comportamiento del motor eléctrico como se describe a continuación.

La potencia del motor convertida en forma mecánica [2][6] se expresa como:

$$P_{mec} = 3 I_2'^2 R_2' \left(\frac{1-S}{S} \right) \quad (18)$$

Donde:

P_{mec} : Potencia convertida en forma mecánica (W)

R_2' : Resistencia del rotor referida al estator (Ω).

I_2' : Corriente del rotor referida al estator (A).

S : Deslizamiento.

Esta potencia por otra parte es igual a:

$$P_{mec} = P + p_{fb} + p_{ad} \quad (19)$$

Donde:

p_{fb} : Pérdidas de fricción y batimiento (W).

p_{ad} : Pérdidas adicionales (W).

Teniendo en cuenta que las pérdidas adicionales tienen una magnitud relativamente pequeña no van a ser consideradas en este método.

Igualando las expresiones (18) y (19) :

$$3 I_2'^2 R_2' \left(\frac{1-S}{S} \right)_{mec} = P + p_{fb} \quad (20)$$

De esta expresión puede obtenerse el valor de la corriente referida del rotor como:

$$I_2'^2 = \left(\frac{(P + p_{fb}) S}{3 R_2' (1-S)} \right) \quad (21)$$

Por otra parte la potencia demandada por la bomba es igual a la potencia de salida del motor, y en función del momento y la velocidad se puede expresar como:

$$P = M_{rb} W \quad (22)$$

Con la velocidad del rotor en función de la velocidad sincrónica y teniendo presente que el momento requerido varía con el cuadrado de la velocidad se tiene:

$$P = k'' W^3 = k'' W_s^3 (1-S)^3 \quad (23)$$

Sustituyendo la expresión (23) en (21):

$$I_2'^2 = \left(\frac{(k'' W_s^3 (1-S)^3 + p_{fb}) S}{3 R_2' (1-S)} \right) \quad (24)$$

En condiciones nominales $S = S_N$ por tanto:

$$I_{2N}'^2 = \left(\frac{(k'' W_s^3 (1-S_N)^3 + p_{fbN}) S_N}{3 R_2' (1-S_N)} \right) \quad (25)$$

En condiciones de operación diferentes a la nominal para un estado x cualquiera $S = S_x$:

$$I_{2x}'^2 = \left(\frac{(k_1'' W_{sx}^3 (1-S_x)^3 + p_{fbx}) S_x}{3 R_2' (1-S_x)} \right) \quad (26)$$

Relacionando ambos estados:

$$\frac{I_{2N}'^2}{I_{2x}'^2} = \left(\frac{(k'' W_s^3 (1-S_N)^3 + p_{fbN}) S_N}{3 R_2' (1-S_N)} \right) \left(\frac{(k_1'' W_{sx}^3 (1-S_x)^3 + p_{fbx}) (1-S_x) S_x}{(k_1'' W_{sx}^3 (1-S_x)^3 + p_{fbx}) (1-S_N) S_x} \right) \quad (27)$$

La componente de momento asociada a las pérdidas de fricción en el sistema mecánico es proporcional a la velocidad y la asociada al batimiento, al cuadrado de la velocidad. La combinación de ambas componentes puede ser representada [6] con una buena aproximación como:

$$M_{perd} = B_{eq} W \quad (28)$$

Donde:

M_{perd} : Momento asociado a las pérdidas de fricción y batimiento (N-m)

B_{eq} : Constante para el sistema.

De aquí que la componente de pérdidas en términos de potencia pueda ser expresada como:

$$P_{fb} = B_{eq} W^2 = B_{eq} W_s^2 (1-S)^2 \quad (29)$$

Sustituyendo en la expresión (29) para las dos condiciones de operación:

$$\frac{I_{2N}'^2}{I_{2x}'^2} = \left(\frac{(k'' W_s^3 (1-S_N)^3 (1-S_x) S_N + B_{eq} W_s^2 (1-S)^2 (1-S_x) S_N)}{(k_1'' W_{sx}^3 (1-S_x)^3 (1-S_N) S_x + B_{eq} W_{sx}^2 (1-S_x)^2 (1-S_N) S_x)} \right) \quad (30)$$

De aquí considerando la relación de la expresión 17, es posible determinar el valor de corriente referida al rotor, a partir de su valor nominal, para cualquier estado de operación del sistema analizado.

Teniendo en cuenta que el valor de las pérdidas mecánicas es mucho menor que la potencia de salida del motor, no resulta ser una mala aproximación despreciar las mismas [6] y en ese caso las componentes de pérdidas serán anuladas ya que:

$$\frac{I_{2N}'^2}{I_{2X}'^2} = \left(\frac{(k'' W_S^3 (1-S_N)^3 (1-S_X) S_N)}{(k_1'' W_{SX}^3 (1-S_X)^3 (1-S_N) S_X)} \right) \quad (31)$$

Estas relaciones obtenidas son las que han de ser consideradas para realizar el análisis energético del motor, teniendo en cuenta el estado de operación del sistema hidráulico.

3. CONCLUSIONES

La definición de la curva de enlace permite aplicar con gran precisión las leyes de afinidad en sistema con carga estática y obtener un sistema semejante que se utiliza como base para la aplicación del método desarrollado.

Como aspecto novedoso se logra establecer una relación funcional entre las variables que conforman el sistema hidráulico con las variables de comportamiento del motor, que permite evaluar el efecto de las posibles variaciones que experimentan las características del sistema en su comportamiento energético.

El método desarrollado permite determinar las variaciones que experimenta la velocidad de la bomba cuando el sistema se estrangula, cuestión que no ha sido incluida en trabajos precedentes y que ejerce influencia en el comportamiento energético del motor.

REFERENCIAS

- [1]. Karassik, I.J. *Bombas centrífugas, selección operación y mantenimiento*, Ediciones Revolucionarias, La Habana, 1988.
- [2]. Braña M., Costa A. "Metodología para el análisis de la factibilidad económica de la aplicación de variadores de velocidad en las bombas centrífugas". Tesis de Maestría.
- [3]. Turiño I.M "Procedimientos metodológicos para el diagnóstico operacional en sistemas de bombeo mediante modelos matemáticos" .Tesis Doctoral UCLV. 1996.
- [4]. Cherkasski, V.M *Bombas, ventiladores compresores*" Editora MIR. 1988.
- [5]. Hamer P. S; " Energy efficient induction motors performance. Characteristic and life cycle cost. Comparisons for centrifugal loads " IEEE Transactions on Industry Applications " ; Vol 33